

УДК 681.513.6

# АДАПТИВНОЕ РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МНОГОСТЕПЕННЫМ МЕХАНИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ С ПРИМЕНЕНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

**В.Н. Шелудько***СПбГЭТУ «ЛЭТИ»*Россия, 197022, Санкт-Петербург, Профессора Попова ул., 5 лит. Ф  
E-mail: vvputov@mail.ru**В.В. Путов***СПбГЭТУ «ЛЭТИ»*Россия, 197022, Санкт-Петербург, Профессора Попова ул., 5 лит. Ф  
E-mail: vvputov@mail.ru**А.А. Кузнецов***СПбГЭТУ «ЛЭТИ»*Россия, 197022, Санкт-Петербург, Профессора Попова ул., 5 лит. Ф  
E-mail: smith\_spb@mail.ru**Зун Хань Нгуен***СПбГЭТУ «ЛЭТИ»*Россия, 197022, Санкт-Петербург, Профессора Попова ул., 5 лит. Ф  
E-mail: khanhnguyen.mta@gmail.com

**Ключевые слова:** многостепенный механический объект с неизвестными параметрами; метод адаптивного обхода интегратора (бэкстеппинг) с функциями настройки; RBF-сети

**Аннотация:** В докладе рассматривается задача синтеза управления многостепенным нелинейным механическим объектом с неизвестными параметрами. Разрабатывается и исследуется адаптивная робастная система управления, синтезированная на основе метода адаптивного обхода интегратора с функциями настройки. Для аппроксимации неизвестных параметров применяется сеть радиальных базисных функций (RBF-сеть).

## 1. Введение

Роботы-манипуляторы представляют собой системы с существенной нелинейностью и параметрической неопределенностью модели. Существует несколько подходов к решению проблемы управления движением роботов-манипуляторов в условиях неопределенности: адаптивное управление, робастное управление, управление с помощью скользящих режимов [1-9]. В тоже время, решение проблемы управления такими сложными нелинейными динамическими объектами в условиях их параметрической и функциональной неопределенности и действия неизвестных возмущений потребовало от современной теории адаптивных и нелинейных систем создания отвечающих указанным вызовам новых методов, таких как пошаговые (итеративные) процедуры построения нелинейного управления основного контура методом так называемого обхода интегратора, объединенных с синтезом адаптивных

алгоритмов настройки их параметров [10-16]. В тоже время приведение нелинейного объекта к специальному виду с помощью линейной (аффинной) параметризации относительно неизвестных параметров может рассматриваться как отдельная задача.

В последнее время исследователи уделяют большое внимание к построению систем управления с использованием нейронных сетей, например, [17-21]. Для аппроксимации неопределенных параметров используем RBF-сеть, которая может аппроксимировать любые ограниченные непрерывные функции с любой желаемой точностью при достаточном количестве скрытых узлов [22-24]. За последние десятилетия было опубликовано ряд статей, в которых обсуждается синтез адаптивного управления с использованием RBF-сетей для роботов-манипуляторов [25-29].

### 1.1. Структура RBF-сети

Структура RBF-сети включает в себя три слоя: входной, скрытый и выходной слой [30]. Каждый нейрон скрытого слоя рассчитывает значение одномерной функции вида

$$(1) \quad \varphi_j = \exp\left(-\frac{\|x-c_j\|^2}{2b_j^2}\right); j = 1, 2, \dots, m,$$

где  $x$  – входной вектор;  $m$  – число нейронов скрытого слоя;  $c_j = (c_{j1}, \dots, c_{jn})^T$  – вектор центра функции; в качестве функции активации для  $\varphi_j$  применяется функция Гаусса; от значения константы  $b_j$  зависит ширина функции активации.

Выходные значения RBF-сети определяются как

$$(2) \quad h(x) = W^T \varphi(x) + \varepsilon, \forall x \in \Omega,$$

где  $\varepsilon$  – ошибка построения RBF-сети;  $W$  – матрица весов;  $\Omega$  компактное множество.

### 1.2. Объект управления и постановка задачи управления

Будем рассматривать многостепенный нелинейный механический объект вида

$$(3) \quad M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q) = \tau,$$

где  $q \in R^n$ ,  $\dot{q} \in R^n$ ,  $\ddot{q} \in R^n$  – векторы обобщенных координат, скоростей и ускорений;  $M(q) \in R^{n \times n}$ ,  $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$  – функциональные матрицы инерции, кориолисовых и центробежных сил соответственно;  $D(q) \in R^n$  – вектор-функция гравитационных сил;  $\tau \in R^n$  – вектор управляющих входов.

Преобразуем уравнение (3) к форме Коши. Пусть  $x_1 = q$ ,  $x_2 = \dot{q}$ , тогда

$$(4) \quad \dot{x}_1 = x_2;$$

$$(5) \quad \dot{x}_2 = M^{-1}(-Cx_2 - D + \tau) \quad \text{или} \quad \dot{x}_2 = M^{-1}(-Cx_2 - D) + (M^{-1} - E)\tau + \tau.$$

Для того, чтобы применить адаптивный обход интегратора с функциями настройки [16,17] используем RBF-сеть. Введем следующие обозначения, пусть

$$(6) \quad M^{-1}(-Cx_2 - D) + (M^{-1} - E)\tau = W^T \varphi + \varepsilon,$$

где  $W^T \in R^{n \times m}$ ;  $\varphi(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \tau) \in R^{m \times 1}$ ;  $\varepsilon \in R^{n \times 1}$ , тогда (5) с учетом (6) примет вид

$$(7) \quad \dot{x}_2 = W^T \varphi + \varepsilon + \tau.$$

Поставим следующую задачу построения законов управления и алгоритмов настройки для системы (4) и (5), удовлетворяющих в интервальном классе неопределенности следующему целевому равенству (цели управления):  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_1 - x_d\| = 0$ , где  $x_d(t)$  – заданный программный вектор углов вращения звеньев.

## 2. Адаптивное робастное управление многостепенным механическим объектом

Применим метод обратного обхода интегратора с функциями настройки и RBFсеть.

**ШАГ 1.** Введем следующие обозначения, где  $\alpha$  виртуальное управление

$$(8) \quad z_1 = x_1 - x_d;$$

$$(9) \quad z_2 = x_2 - \alpha,$$

Производная уравнения (8) с учетом (4) и (9) примет следующий вид

$$(10) \quad \dot{z}_1 = z_2 + \alpha - \dot{x}_d.$$

Выберем функцию Ляпунова в виде  $V_1 = \frac{1}{2} z_1^T z_1$  и вычислим ее производную

$$(11) \quad \dot{V}_1 = z_1^T \dot{z}_1 = z_1^T (z_2 + \alpha - \dot{x}_d), \text{ тогда выберем виртуальное управление}$$

$$(12) \quad \alpha = -k_1 z_1 + \dot{x}_d,$$

где  $k_1$  – положительно определенная симметричная матрица.

Подставляя уравнение (12) в (11), получим

$$(13) \quad \dot{V}_1 = -z_1^T k_1 z_1 + z_1^T z_2.$$

**ШАГ 2.** Производная уравнения (9) с учетом (7) примет вид

$$(14) \quad \dot{z}_2 = W^T \varphi + \varepsilon + \tau - \dot{\alpha}.$$

Выберем функцию Ляпунова в виде  $V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^T z_2$  и вычислим ее производную в силу уравнения (13) и учитывая (9)

$$(15) \quad \dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2^T \dot{z}_2 = -z_1^T k_1 z_1 + z_1^T z_2 + z_2^T (W^T \varphi + \varepsilon + \tau - \dot{\alpha}).$$

Выберем финальный закон управления

$$(16) \quad \tau = -k_2 z_2 - z_1 - \widehat{W}^T \varphi + \dot{\alpha}.$$

С учетом (17) и  $\widehat{W} = W - \widehat{W}$ , производная  $\dot{V}_2$  примет вид

$$(17) \quad \dot{V}_2 = -z_1^T k_1 z_1 - z_2^T k_2 z_2 + z_2^T (\widehat{W}^T \varphi + \varepsilon),$$

Введем в рассмотрение следующую функцию Ляпунова  $V_{2a} = V_2 + \text{tr} [\widehat{W}^T \Gamma^{-1} \widehat{W}]$  и учитывая (17), найдем ее производную

$$(18) \quad \begin{aligned} \dot{V}_{2a} &= -z_1^T k_1 z_1 - z_2^T k_2 z_2 + z_2^T (\widehat{W}^T \varphi + \varepsilon) - \text{tr} [\widehat{W}^T \Gamma^{-1} \dot{\widehat{W}}] = \\ &= -z_1^T k_1 z_1 - z_2^T k_2 z_2 + z_2^T \varepsilon + \text{tr} [\widehat{W}^T \varphi z_2^T - \widehat{W}^T \Gamma^{-1} \dot{\widehat{W}}]. \end{aligned}$$

Тогда адаптивный робастный алгоритм настройки будет

$$(19) \quad \dot{\widehat{W}} = \Gamma [\varphi z_2^T - n \|\xi\| \widehat{W}],$$

где  $\xi = [z_1^T, z_2^T]^T \in R^{2n \times 1}$ ;  $n > 0$  – параметр алгоритма настройки.

Подставляя (19) в (18), получим

$$(20) \quad \dot{V}_{2a} = -z_1^T k_1 z_1 - z_2^T k_2 z_2 + z_2^T \varepsilon + n \|\xi\| \text{tr} [\widehat{W}^T \widehat{W}].$$

Перепишем  $\dot{V}_{2a}$  в следующем виде

$$(21) \quad \dot{V}_{2a} = -\xi^T K \xi + \xi^T E + n \|\xi\| \text{tr} [\widehat{W}^T \widehat{W}],$$

где  $K = \begin{bmatrix} k_1 & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & k_2 \end{bmatrix}$ ;  $E = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ \varepsilon \end{bmatrix}$ ; Кроме того,  $\|E\| = \|\varepsilon\| < \varepsilon_N$ ;  $\|W\|_F \leq W_M$ ,

где  $\varepsilon_N, W_M$  – неизвестные константы.

$$-\xi^T K \xi \leq -\lambda_{\min}(K) \|\xi\|^2; \xi^T E \leq \|\xi\| \varepsilon_N;$$

$$\text{tr}[\tilde{W}^T \tilde{W}] \leq \|\tilde{W}\|_F \|W\|_F - \|\tilde{W}\|_F^2 \leq W_M \|\tilde{W}\|_F - \|\tilde{W}\|_F^2.$$

Учитывая (21), запишем

$$(22) \quad \dot{V}_{2a} = -\lambda_{\min}(K)\|\xi\|^2 + \varepsilon_N \|\xi\| + n\|\xi\| \left[ W_M \|\tilde{W}\|_F - \|\tilde{W}\|_F^2 \right].$$

По неравенству Юнга имеем  $W_M \|\tilde{W}\|_F \leq \frac{1}{2} W_M^2 + \frac{1}{2} \|\tilde{W}\|_F^2$ ,

Тогда учитывая (22) получим

$$\dot{V}_{2a} \leq -\|\xi\| \left[ \lambda_{\min}(K)\|\xi\| + \frac{n}{2} \|\tilde{W}\|_F^2 - \left( \varepsilon_N + \frac{n}{2} W_M^2 \right) \right].$$

$\dot{V}_{2a}(\xi, \tilde{W}) < 0$  вне компактного множества  $\left\{ (\xi, \tilde{W}) \mid \lambda_{\min}(K)\|\xi\| + \frac{n}{2} \|\tilde{W}\|_F^2 \leq \left( \varepsilon_N + \frac{n}{2} W_M^2 \right) \right\}$ , в следствие чего все сигналы ограничены и переменные  $\xi, \tilde{W}$  сходятся к инвариантному множеству, радиус которого может быть сделан произвольно малым за счет увеличения коэффициента  $\lambda_{\min}(K)$ .

### 3. Заключение

В статье рассмотрена задача построения адаптивной робастной системы управления неопределенным многостепенным нелинейным механическим объектом, синтезированной на основе метода адаптивного обратного обхода интегратора с использованием функций настройки с RBF-сетью. При этом, в отличие от подходов к разработке системы управления в [24] и [31], в предлагаемом подходе параметризация относительно неизвестных параметров с применением RBF-сети производится до синтеза системы управления, что позволяет применить метод адаптивного обратного обхода интегратора с использованием функций настройки.

### Список литературы

1. Slotine J.-J.E., Li W. On the Adaptive Control of Robot Manipulators // The International Journal of Robotics Research. 1987. Vol. 6. P. 49-59.
2. Middleton P., Goodwin G.C. Adaptive computed torque control for rigid link manipulations // System and Control Letters. 1988. Vol. 10. P. 9-16.
3. Пятницкий Е.С., Дунская Н.В. Стабилизация управляемых механических и электромеханических систем // Автоматика и телемеханика. 1988. № 12. С. 40-51.
4. Фрадков А.Л. Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. М.: Наука, 1990. 296 с.
5. Cheah C.C., Liu C., Slotine J.-J.E. Adaptive Tracking Control for Robots with Unknown Kinematic and Dynamic Properties // The International Journal of Robotics Research. 2006. Vol. 25. P. 283-296.
6. Herman P., Franelak D. Robust tracking controller with constraints using generalized velocity components for manipulators // Transactions of the Institute of Measurement and Control. 2008. Vol. 30. P. 101-113.
7. Путов В. В., Шелудько В. Н. Новый подход в построении беспоисковых адаптивных систем управления нелинейными динамическими объектами с неопределенным описанием // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2008. Вып. 4. С. 37050.
8. Garcia-Rodríguez R., Parra-Vega V. Cartesian sliding PID control schemes for tracking robots with uncertain Jacobian // Transactions of the Institute of Measurement and Control. 2012. Vol. 34. P. 448-462.
9. Путов В.В., Лебедев В.В., Путов А.В. Адаптивные системы управления многостепенными жесткими нелинейными механическими объектами, построенные по их упрощенным моделям с мажорирующими функциями // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2013. № 10. С. 49-55.
10. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
11. Антонов В.Н., Терехов В.А., Тюкин И.Ю. Адаптивное управления в технических системах. Учеб. пособие. СПб.: Издательство С.-Петербургского университета, 2001. 244 с.
12. Тюкин И.Ю., Терехов В.А. Адаптация в нелинейных динамических системах. М.: Издательство ЛКИ, 2008. 384 с.

13. Андриевский Б.Р., Бобцов А.А., Фрадков А.Л. Методы анализа и синтеза нелинейных систем управления. М.-Ижевск: Издательство «ИКИ», 2018. 336 с.
14. Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V., Morse A.S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems // *IEEE Trans. Automat. Control*. 1991. Vol. AC-36, No. 11. P. 1241-1253.
15. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V. Adaptive Nonlinear Control Without Overparametrization // *Systems and Control Letters*. 1992. Vol. 19. P. 177-185.
16. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V. Nonlinear and Adaptive Control Design. New York: Wiley-Interscience, 1995. 559 p.
17. Lin S., Goldenberg A.A. Neural-network control of mobile manipulators // *IEEE Trans. Neural Netw.* 2001. Vol. NN-12, No. 5. P. 1121-1133.
18. Wang L., Chai T., Yang C. Neural-network-based contouring control for robotic manipulators in operational space // *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* 2012. Vol. CST-20, No. 4. P. 1073-1080.
19. B. Xu, C. Yang, Z. Shi, Reinforcement learning output feedback NN control using deterministic learning technique // *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.* 2014. Vol. 25, No. 3, P. 635-641.
20. Liu Y.-J., Tang L., Tong S., Chen C.L.P. Adaptive NN controller design for a class of nonlinear MIMO discrete-time systems // *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.* 2015. Vol. 26, No. 5, P. 1007-1018.
21. Jin L., Li S., Yu J., He J. Robot manipulator control using neural networks: A survey // *Neurocomputing*. 2018. Vol. 285, P. 23-34.
22. Park J., Sandberg I.W. Universal Approximation Using Radial-Basis-Function Networks // *Neural Computation*. 1991, Vol. 3. P. 246–257.
23. K.J. Hunt, R. Haas, R. Murray-Smith. Extending the functional equivalence of radial basis function networks and fuzzy inference systems // *IEEE Trans. Neural Netw.* 1996. Vol. NN-7. P. 776-781.
24. Haibo Zhao, Chengguang Wang. RBF NN-Based Backstepping Adaptive Control for a Class of Nonlinear Systems // *MATEC Web Conf.* 2018. Vol 214. P. 1-4.
25. Shuzhi S.G., Hang C.C., Woon L.C. Adaptive neural network control of robot manipulators in task space // *IEEE Trans. Ind. Electron.* 1997. Vol. IE-44. P. 746-752.
26. Min-Jung L., Young-Kiu C. An adaptive neurocontroller using RBFN for robot manipulators // *IEEE Trans. Ind. Electron.* 2004. Vol. IE-51. P. 711-717.
27. He W., Chen Y., Yin Z. Adaptive Neural Network control of an Uncertain Robot with Full – State Constraints // *IEEE Transactions on Cybernetics*. 2016. Vol. C-46, No. 3. P. 620-629.
28. Liu C., Zhao Z., Wen G. Adaptive neural network control with optimal number of hidden nodes for trajectory tracking of robot manipulators // *Neurocomputing*. 2019. Vol. 350. P. 136-145.
29. Liu Q., Li D., Ge S.S., Ji R., Ouyang Z., Tee K.P. Adaptive bias RBF neural network control for a robotic manipulator // *Neurocomputing*. 2021. Vol. 447. P. 213-223.
30. Lewis F., Jagannathan S., Yesildirak A. Neural Network Control Of Robot Manipulators And Non-Linear Systems. London: Taylor & Francis, 2001. 430 p.
31. Ле Хонг Куанг, Нгуен Тхань Тиен, Доан Ван Минь, Путов В.В., Шелудько В.Н., Кузнецов А.А., Чернышев М.А. Адаптивное робастное управление многостепенным нелинейным механическим объектом с параметрической и функциональной неопределенностью (точный и приближенный подходы) // *Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ»*. 2021. № 9. С. 48-60.