

УДК 517.97, 517.98, 530.145

ОБ ОПТИМИЗАЦИИ КОГЕРЕНТНОГО И НЕКОГЕРЕНТНОГО УПРАВЛЕНИЙ В НЕКОТОРЫХ ОТКРЫТЫХ КВАНТОВЫХ СИСТЕМАХ

О.В. Моржин

Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук;

Университет науки и технологий МИСИС

Россия, 119991, Москва, ул. Губкина, 8; 119049, Москва, Ленинский пр-кт, 4

E-mail: morzhin.oleg@yandex.ru

Ключевые слова: открытые квантовые системы, когерентное управление, некогерентное управление, оптимизация.

Аннотация: Планируется в докладе после вводных сведений о квантовом управлении как о научном направлении дать краткий обзор по определенным математическим задачам оптимального управления для открытых квантовых систем с когерентным и некогерентным управлениями и по соответствующим аналитическим и численным результатам, используя несколько статей, в которых докладчик является соавтором.

Математическая теория управления ([1–6] и т.д.) является важной составляющей современной математики. Математические исследования по (оптимальному) управлению квантовыми системами (атомами, молекулами и т.д.) образуют важное направление (например, [7–13]), которое использует результаты из разных разделов математики. В качестве примеров отмечаем моделирование управляемой генерации квантовых вентилях, управляемого переноса по спиновой цепочке ([14, 15] и т.д.). Из математической теории оптимального управления нашли широкое применение принцип максимума Понтрягина (см. обзорную статью [16]), итерационный метод Кротова (см. обзорную статью [17]) и т.д.

Статьи [18, 19] дают важную основу для управления открытыми квантовыми системами с когерентным управлением (учет в гамильтониане) и некогерентным управлением (учет в гамильтониане ввиду лэмбовского сдвига и в супероператоре диссипации). В этой связи позже был написан ряд статей, рассматривающий разные задачи квантового управления и включающий, например, статьи [20–30].

Планируется в докладе дать краткий обзор по определенным математическим задачам оптимального управления для открытых квантовых систем с когерентным и некогерентным управлениями и по соответствующим аналитическим и численным результатам, используя несколько статей, в которых докладчик является соавтором [22–30]. Получен ряд интересных результатов: в том числе по адаптации двухшагового и трехшагового методов проекции градиента [26–28, 30], по задачам оптимального управления с целевыми функционалами с энтропией фон Неймана для состояний двухкубитной системы [28]. Таким образом, планируется сделать

в докладе краткий обзор о ряде результатов, в т.ч. полученных по проекту № 22-11-00330 Российского научного фонда, проектам № 075-15-2020-788, № 075-15-2022-265 Минобрнауки России, стратегическому проекту “Квантовый интернет” в МИСИС по программе “Приоритет-2030”.

Список литературы

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов / 4-е изд., стер. М.: Гос. изд-во физ.-матем. лит-ры, 1983. 392 с.
2. Фельдбаум А.А., Бутковский А.Г. Методы теории автоматического управления. М.: Наука, 1971. 743 с.
3. Кротов В.Ф., Гурман В.И. Методы и задачи оптимального управления. М.: Наука, 1973. 446 с.
4. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Рапопорт Л.Б. Математическая теория автоматического управления. М.: URSS, 2019. (К 80-летию ИПУ РАН).
5. Афанасьев В.Н. Математическая теория управления непрерывными динамическими системами. М.: URSS, 2020.
6. Теория управления (дополнительные главы) / Под ред. Д.А. Новикова. М.: URSS, 2019. 552 с. (К 80-летию ИПУ РАН).
7. Бутковский А.Г., Самойленко Ю.И. Управление квантовомеханическими процессами. М.: Наука, 1984. 256 с.
8. D’Alessandro D. Introduction to Quantum Control and Dynamics / 2nd Ed. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2021. XVI+416 p.
9. Kurizki G., Kofman A.G. Thermodynamics and Control of Open Quantum Systems. Cambridge Univ. Press, 2022. XIV+450 p.
10. Dong D., Petersen I.R. Learning and Robust Control in Quantum Technology. Cham: Springer, 2023. XVII+252 p.
11. Kuprov I. Spin: From Basic Symmetries to Quantum Optimal Control. Cham: Springer, 2023. XIII+395 p.
12. Koch C.P. Controlling open quantum systems: Tools, achievements, and limitations // J. Phys.: Condens. Matter. 2016. Vol. 28, No. 21. P. 213001.
13. Koch C.P., Boscain U., Calarco T., Dirr G., Filipp S., Glaser S.J., Kosloff R., Montangero S., Schulte-Herbrüggen T., Sugny D., Wilhelm F.K. Quantum optimal control in quantum technologies. Strategic report on current status, visions and goals for research in Europe // EPJ Quantum Technol. 2022. Vol. 9. P. 19.
14. Palao J.P., Kosloff R. Quantum computing by an optimal control algorithm for unitary transformations // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89, Is. 18. P. 188301.
15. Murphy M., Montangero S., Giovannetti V., Calarco T. Communication at the quantum speed limit along a spin chain // Phys. Rev. A. 2010. Vol. 82, Is. 2. P. 022318.
16. Boscain U., Sigalotti M., Sugny D. Introduction to the Pontryagin maximum principle for quantum optimal control // PRX Quantum. 2021. Vol. 2, Is. 3. P. 030203.
17. Моржин О.В., Печень А.Н. Метод Кротова в задачах оптимального управления замкнутыми квантовыми системами // Успехи матем. наук. 2019. Т. 74, Вып. 5. С. 83–144. Morzhin O.V., Pechen A.N. Krotov method for optimal control of closed quantum systems // Russian Math. Surveys. 2019. Vol. 74, No. 5. P. 851–908.
18. Pechen A., Rabitz H. Teaching the environment to control quantum systems // Phys. Rev. A. 2006. Vol. 73, Is. 6. P. 062102.
19. Pechen A. Engineering arbitrary pure and mixed quantum states // Phys. Rev. A. 2011. Vol. 84, Is. 4. P. 042106.
20. Pechen A.N., Borisenok S., Fradkov A.L. Energy control in a quantum oscillator using coherent control and engineered environment // Chaos Solitons Fractals. 2022. Vol. 164, Is. Nov. P. 112687.
21. Petruhanov V.N., Pechen A.N. GRAPE optimization for open quantum systems with time-dependent decoherence rates driven by coherent and incoherent controls // J. Phys. A: Math. Theor. 2023. Vol. 56, No. 30. P. 305303.
22. Morzhin O.V., Pechen A.N. Maximization of the overlap between density matrices for a two-level

- open quantum system driven by coherent and incoherent controls // Lobachevskii J. Math. 2019. Vol. 40, No. 10. P. 1532–1548.
23. Morzhin O.V., Pechen A.N. Minimal time generation of density matrices for a two-level quantum system driven by coherent and incoherent controls // Int. J. Theor. Phys. 2021. Vol. 60. P. 576–584.
 24. Моржин О.В., Печень А.Н. Максимизация критерия Ульмана-Йोजи для открытой двухуровневой квантовой системы с когерентным и некогерентным управлениями // ЭЧАЯ. 2020. Т. 51, Вып. 4. С. 484–493. <http://www1.jinr.ru/Реран/v-51-rus.html>. Morzhin O.V., Pechen A.N. Maximization of the Uhlmann–Jozsa fidelity for an open two-level quantum system with coherent and incoherent controls // Phys. Part. Nucl. 2020. Vol. 51. P. 464–469.
 25. Morzhin O.V., Pechen A.N. Optimal state manipulation for a two-qubit system driven by coherent and incoherent controls // Quantum Inf. Process. 2023. Vol. 22. P. 241.
 26. Morzhin O.V., Pechen A.N. On optimization of coherent and incoherent controls for two-level quantum systems // Изв. РАН. Сер. матем. 2023. Т. 87, Вып. 5. С. 177–203. Morzhin O.V., Pechen A.N. On optimization of coherent and incoherent controls for two-level quantum systems // Izv. Math. 2023. Vol. 87, Is. 5. P. 1024–1050.
 27. Morzhin O.V., Pechen A.N. Krotov type optimization of coherent and incoherent controls for open two-qubit systems // Изв. Иркутского гос. ун-та. Сер. Матем. 2023. Т. 45. С. 3–23.
 28. Morzhin O.V., Pechen A.N. Control of the von Neumann entropy for an open two-qubit system using coherent and incoherent drives // Entropy. 2024. Vol. 26, Is. 1. P. 36.
 29. Morzhin O.V., Pechen A.N. Generation of C-NOT, SWAP, and C-Z gates for two qubits using coherent and incoherent controls and stochastic optimization // Lobachevskii J. Math. 2024. Vol. 45, Is. 2. (Accepted).
 30. Моржин О.В., Печень А.Н. Применение и оптимизация зависящих от времени скоростей декогеренции и когерентного управления для кутрита // Тр. МИАН. 2024. Т. 324. (Принята к печати).
Morzhin O.V., Pechen A.N. Using and optimizing time-dependent decoherence rates and coherent control for a qutrit system // Proc. Steklov Inst. Math. 2024. Vol. 324. (Accepted).