УДК 629.052.7

СРАВНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ КАЛИБРОВКИ БИНС, ОСНОВАННЫХ НА ФИЛЬТРЕ КАЛМАНА И ПРЕОБРАЗОВАНИИ ФУРЬЕ

Ю.В.Болотин
МГУ им. М.В.Ломоносова
Россия, 119899, Москва, Ленинские горы 1
E-mail: ybolotin@yandex.ru

В.А.Савин
МГУ им. М.В.Ломоносова
Россия, 119899, Москва, Ленинские горы 1
E-mail: vova.savin.2001bk@gmail.com

Ключевые слова: БИНС, фильтр Калмана, калибровка, преобразование Фурье.

Аннотация: Рассматривается задача калибровки бескарданной инерциальной навигационгой системы (БИНС) на простых поворотных стендах. В этих условиях калибровка БИНС является автономной, то есть использует исключительно показания собственных датчиков – акселерометров, датчиков угловой скорости (ДУС) и, возможно, датчиков температуры. Известным алгоритмом такой калибровки является предложенный Н.А.Парусниковым алгоритм на основе обобщенного фильтра Калмана (ФК) – весьма гибкий и в определенных предположениях близкий к оптимальному. Недостатком алгоритма является его рекуррентная природа, основанная на линеаризации, что иногда приводит к расходимости. В качестве альтернативы предлагается алгоритм, основанный на преобразовании Фурье (ПФ) и переходе к анализу спектров данных, после чего задача калибровки становится чисто алгебраической. Обсуждаются сравнительная эффективность алгоритмов, области сходимости и применимости на практике.

1. Введение

Задача калибровки БИНС проще всего решается на высокоточных двух или трехосевых стендах, позволяющих измерять ориентацию блока с высокой точностью [1], [2]. Алгоритмы калибровки для таких стендов, как правило, состоят из нескольких последовательных операций – в статике и во вращении. Другой вариант – калибровка на так называемых «грубых» стендах с одной степенью свободы, для которых внешняя информация о реализуемом движении отсутствует [3]. Для таких задач Н.А.Парусниковым предложен алгоритм на основе ФК, где калибровочные параметры и параметры движения включаются в общий вектор состояния. Алгоритм получил широкое распространение [2], имеет массу преимуществ, и единственный, пожалуй, недостаток – необходимость начального приближения, и связанные с этим проблемы сходимости. Недавно предложен альтернативный алгоритм [4] с гарантированной сходимостью, основанный на ПФ, показавший свою эффективность при калибровке БИНС низкой и средней точности.

В статье обсуждаются указанные два метода в сценарии, когда оба эти метода применимы. Калибровочный стенд имеет неподвижную ось вращения, и в процессе экспериментов угловая скорость близка к постоянной. БИНС устанавливается на ось в несколько положений с разной ориентаций осей чувствительности, и стенд приводится во вращение, делая несколько десятков оборотов.

Целью работы является сравнение указанных алгоритмов по точности, а также выяснение области сходимости алгоритма на основе ФК. Кроме того, делается попытка сравнить точность алгоритмов с теоретической нижней границей Крамера-Рао. Чтобы не загромождать изложение, мы делаем несколько необязательных упрощающих предположений, в частности, пренебрегаем угловой скоростью вращения Земли.

2. Задача калибровки

Задачей калибровки БИНС является определение формул пересчета сырых показаний акселерометров и датчиков угловой скорости (ДУС) $f'_z(t)$, $\omega'_z(t)$ в проекции $\omega_z \in \mathbb{R}^3, f_z \in \mathbb{R}^3$ удельной силы и абсолютной угловой скорости на оси приборной системы координат (с.к.) Mz. В простейшем случае формулы калибровки линейны:

$$\begin{aligned} f_z(t) &= S_f f'_z(t) + b_f + \delta f(t), \\ \omega_z(t) &= S_\omega \omega'_z(t) + b_\omega + \delta\omega(t) \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $\delta f(t), \delta\omega(t)$ – немоделируемые погрешности измерений, предполагаемые белыми шумами. Цель калибровки – определить 3×3-матрицы S_f, S_ω и 3×1-векторы b_f, b_ω. Уточненные модели, которые здесь не рассматриваются, включают зависимость показаний от температуры и других факторов. Когда матрицы S_f, S_ω близки к единичным, удобно записывать соотношения (1) в другом виде:

$$\begin{aligned} f_z(t) &= f'_z(t) + \Gamma_f f'_z(t) + b_f + \delta f(t), \\ \omega_z(t) &= \omega'_z(t) + \Gamma_\omega \omega'_z(t) + b_\omega + \delta\omega(t) \end{aligned} \tag{2}$$

Для калибровки БИНС устанавливается в нескольких положениях на поворотном стенде с горизонтальной осью. Проводятся P экспериментов с номерами $p = 1, \ldots, P$ длительностей T_p, часть которых являются вращениями, а часть – остановками. В течение вращения ось стенда неподвижна относительно Земли. Отклонение чувствительной массы акселерометра от оси допустимо: оно приводит к добавлению центробежных членов, которые учитываются алгоритмами [2], [5]. В данной работе для простоты считаем, что эти отклонения отсутствуют.

В основе калибровки лежат уравнения Пуассона для матрицы ориентации: $\dot{R}_{zn} = \widehat{\omega}_z R_{zn}$, и условие совпадения силы тяжести g_z и силы f_z, действующей на чувствительную массу акселерометра: $R_{zn} g_n + f_z = 0$. Здесь g_n – известное ускорение силы тяжести в навигационной системе координат On, связанной с Землей: орт n_3 смотрит вверх, n_1 – на Восток, n_2 – на Север. Символом $\widehat{\omega}_z$ обозначена кососимметрическая 3×3- матрица, задающая векторной произведение. Для упрощения формул мы не учитываем угловую скорость вращения Земли.

3. Алгоритм калибровки на основе ФК

Алгоритм на основе ФК [3], предложенный Н.А.Парусниковым – рекуррентная процедура, использующая уравнения калибровки (2). Уравнения линеаризуются в окрестности решения модельного уравнения Пуассона $\dot{R}'_{zn} = \widehat{\omega}'_z R'_{zn} - R'_{zn}\widehat{u}_n$. В предположении, что разница R_{zn}, R'_{zn} мала, R'_{zn} представляется в виде $R'_{zn} = \exp(\beta_z)R_{zn} \approx (I + \widehat{\beta}_z)R_{zn}$, где β_z удовлетворяет уравнению $\dot{\beta}_z = \widehat{\omega}'_z\beta_z + \Gamma_\omega\omega'_z + b_\omega$. Дополнив последнее условием постоянства калибровочных параметров $\dot{\Gamma}_f = 0$, $\dot{b}_f = 0$, $\dot{\Gamma}_\omega = 0$, $\dot{b}_\omega = 0$, и введя измерение

$$Z_f = R'_{zn}g_n + f'_z \approx \widehat{g}'_z\beta_z + \Gamma_f f'_z + b_f \tag{3}$$

получим уравнения стандартной задачи на применение ФК. Алгоритм имеет вид

$$\dot{\beta}_z = \widehat{\omega}'_z\beta_z + \Gamma_\omega\omega'_z + b_\omega + K_\beta(Z_f - (\widehat{g}'_z\beta_z + \Gamma_f f'_z + b_f)), \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma}_f &= K_{S_f}(Z_f - (\widehat{g}'_z\beta_z + \Gamma_f f'_z + b_f)), \quad \dot{b}_f = K_{b_f}(Z_f - (\widehat{g}'_z\beta_z + \Gamma_f f'_z + b_f)),\\ \dot{\Gamma}_\omega &= K_{S_\omega}(Z_f - (\widehat{g}'_z\beta_z + \Gamma_f f'_z + b_f)), \quad \dot{b}_\omega = K_{b_\omega}(Z_f - (\widehat{g}'_z\beta_z + \Gamma_f f'_z + b_f)), \end{aligned} \tag{5}$$

где коэффициенты обратной связи $K_\beta, \ldots$ вычисляются из ковариационных соотношений. Уравнения ФК запускаются заново при каждой следующей установке БИНС на стенде. При этом значения калибровочных параметров и их ковариационные матрицы сохраняются, а β_z инциализируется заново. Алгоритм имеет проблемы со сходимостью, так как вектор β_z растет со временем и выходит из линейной зоны. Поэтому на практике используется обобщенный ФК, где уравнение (4) на β_z заменяется на уравнение Пуассона на оценку матрицы ориентации $\dot{\tilde{R}}_{zn} = \widehat{\tilde{\omega}}_z\tilde{R}_{zn}$, $\tilde{\omega}_z = \omega'_z + \Gamma_\omega\omega'_z + b_\omega$ а измерение Z_f формируется в виде $Z_f = \tilde{R}_{zn}g_n + f'_z + \Gamma_f f'_z + b_f$.

4. Алгоритм калибровки на основе ПФ

Для описания метода ПФ введем с.к. Os, связанную со стендом, так, что ось s_1 направлена вдоль вала, ось s_2 лежит в вертикальной плоскости, и с.к. Oe, связанную с валом: ось e_1 направлена вдоль вала, ось e_2 составляет с осью s_2 в p-м эксперименте переменный угол $\theta_p(t) = \omega_p t + \gamma_p + \delta\theta_p(t)$, где ω_p – заранее неизвестная угловая скорость вращения в p-м, $\delta\theta(t)$ – характеристика неравномерности вращения. В процессе вращения

$$f_z(t) = g_1 e_{1p} + g_2[e_{2p}\sin\theta(t) + e_{3p}\cos\theta(t)], \qquad \omega_z(t) = \dot{\theta}(t)e_{1p}. \tag{6}$$

где g_1, g_2 – взятые с обратным знаком проекции силы тяжести на оси s_1, s_2, заранее неизвестные. Уравнения (6) записаны в приборной с.к.: неизвестные векторы e_{1p}, e_{2p}, e_{3p} в приборной с.к. различны от эксперимента к эксперименту: $p = 1, \ldots, P$.

Сделаем ПФ в калибровочных соотношениях (1) и в уравнениях (6)

$$\begin{aligned} &F_z(\omega) = S_f F'_z(\omega) + \delta(\omega)b_f + \delta F(\omega),\\ &F_z(\omega) = g_1 e_{1p}\delta(\omega) + \frac{g_2}{2}\left[ie_{2p} + e_{3p}\right]\delta(\omega - \omega_p) + \frac{g_2}{2}\left[-ie_{2p} + e_{3p}\right]\delta(\omega + \omega_p),\\ &\Omega_z(\omega) = S_\omega\Omega'_z(\omega) + b_\omega\delta(\omega) + \delta\Omega(\omega),\\ &\Omega_z(\omega) = (\omega_p)e_1\delta(\omega) \end{aligned} \tag{7}$$

Из (7) видно, что ПФ имеют пики при $\omega = 0, \omega = \pm\omega_p$. Обозначим амплитуды пиков

$$\int_{-\epsilon}^{\epsilon} F_z'(\omega)\,d\omega = A_p, \qquad \int_{\pm\omega_p-\epsilon}^{\pm\omega_p+\epsilon} F_z'(\omega)\,d\omega = \frac{1}{2}(R_p \pm I_p), \qquad \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \Omega_z'(\omega)\,d\omega = W_p$$

Собирая коэффициенты при дельта-функциях, получим из (7)

$$\begin{aligned} g_1 e_{1p} + g_2 e_{3p} = &\ S_f A_p + b_f, \qquad \omega_p e_1 = S_\omega W_p + b_\omega, \\ g_2 e_{3p} = &\ S_f R_p, \\ g_2 e_{2p} = &\ S_f I_p. \end{aligned} \tag{8}$$

Алгебраические уравнения (8) служат основой калибровки акселерометров и ДУС. Они записываются отдельно для каждого вращения и каждой стоянки. Они разрешимы относительно неизвестных $S_f, b_f, g_1, g_2, e_{1p}, e_{2p}, e_{1p}, e_{2p}$ несколькими способами. При вычислениях используется БПФ с дополнением данных нулями для повышения частотного разрешения. Детали см. в [5].

5. Сравнение алгоритмов ФК и ПФ

Сравнение алгоритмов проводилось на модельных данных методом статиспытаний, поскольку только так можно дать ответ на некоторые вопросы. Примеры калибровки реальных БИНС можно найти в [3], [2], [5]. БИНС устанавливался на стенде в трех положениях, в каждом из которых одна из осей акселерометров была направлена примерно по оси вращения. Эксперименты с номерами $p = 1, \dots P$ ($P = 6$) включали три вращения и четыре остановки, каждая длительностью от 40 до 160 секунд, с угловой скоростью 2 рад/с.

Проведено исследование области сходимости алгоритма ФК в зависимости от начальных условий. Для простоты приведем лишь область сходимости на плоскости масштабных коэффициентов и сдвигов нулей гироскопов и акселерометров. Внедиагональные коэффициенты матриц S_f, S_ω и начальное отклонение β_z положим равными нулю. На рис. 1. приведены результаты оценки области сходимости. Видно, что алгоритм ФК сходится при начальной ошибке масштаба порядка 10^{-1} и ниже.

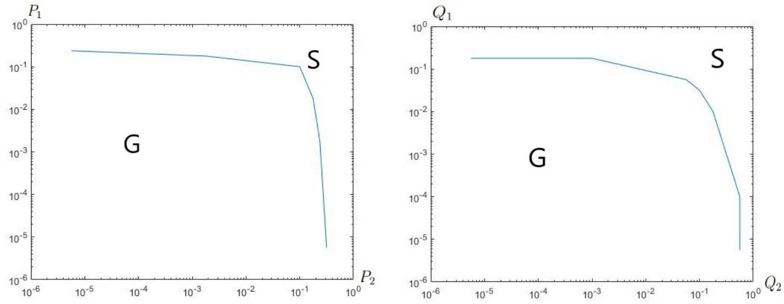

Рис. 1. Слева – область сходимости (G) и расходимости (S) алгоритма ФК в плоскости начальных погрешностей масштабных коэффициентов P_1 и смещений нуля P_2 (в рад/с) ДУС. Справа – аналогичные области в плоскости погрешностей масштабных коэффициентов Q_1 и смещения нуля Q_2 (в м/с^2) акселерометра.

Точность алгоритмов будем сравнивать по СКО от модельных значений масштабных коэффициентов (J_1), внедиагональных коэффициентов – углов перекоса (J_2) и сдвигов нулей (J_3). При этом J_3 измеряется в м/с^2 и рад/с для акселерометров и гироскопов соответственно. с частотой измерений 100 Гц. СКО шума акселерометров $\sigma_f = 10^{-3}$ м/с^2, СКО шума ДУС $\sigma_\omega = 10^{-3}$ рад/с. Результаты приведены в табл. 1,2. Рассмотрены эксперименты с временем каждого цикла $T_p = 40$, 80 и 160 с.

Таблица 1. Точность метода калибровки на основе ПФ

	Акселерометры			Гироскопы		
	J_1	J_2	J_3	J_1	J_2	J_3
T = 40	5.19e-07	3.39e-07	2.33e-05	2.53e-07	4.17e-07	2.92e-06
T = 80	4.15e-07	2.27e-07	1.53e-05	2.63e-07	2.35e-07	2.48e-06
T = 160	3.79e-07	1.87e-07	1.45e-05	1.59e-07	2.12e-07	1.70e-06

Таблица 2. Точность метода калибровки на основе ФК

	Акселерометры			Гироскопы		
	J_1	J_2	J_3	J_1	J_2	J_3
T = 40	1.37e-07	3.18e-07	1.26e-06	1.04e-07	5.03e-06	1.87e-06
T = 80	8.29e-08	2.54e-07	1.22e-06	8.60e-08	4.19e-06	1.44e-06
T = 160	7.01e-08	1.81e-07	1.19e-06	7.32e-08	3.33e-06	9.02e-07

Из таблиц видно, что по некоторым параметрам метод ФК уступает методу ПФ. Этот неожиданный вывод связан с тем, что ФК не использует информацию о неподвижности БИНС на стоянке и о постоянстве угловой скорости во время вращения. Метод ПФ использует и ту, и другую информацию. Если в алгоритм ФК включить всю имеющуюся информацию, то его погрешность, по крайней мере в предположении белошумности помех, будет стремиться к теоретической нижней границе Крамера-Рао. При этом, однако, требуеься построить модель для неравномерности вращения вала стенда. Из-за недостатка места мы не приводим здесь соответствующие результаты, они будут включены в устный доклад

Список литературы

1. Poddar S., Kumar V., Kumar A. A comprehensive overview of inertial sensor calibration techniques // J. Dyn. Syst., Meas., Control. 2017. Vol. 139, No. 1. P. 011006.
2. Vavilova N.B, Vasineva I.A., Golovan A.A., Kozlov A.V., Papusha I.A, Parusnikov N.A. The calibration problem in inertial navigation // Journal of Mathematical Sciences. 2021. Vol. 253. P. 818-836.
3. Parusnikov N.A. Bench calibration problem for a strapdown inertial navigation system // Mechanics of solids. 2009. Vol. 44. P. 497-501.
4. Bolotin Y., Savin V. Calibration of a Micromechanical Inertial Measurement Unit on a Turntable in the Spectral Domain // 2022 29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), 2022.
5. Bolotin Y., Savin V. Turntable IMU calibration algorithm based on the Fourier transform technique // MDPI Sensors, Vol. 23, No. 2. P. 1045.