

УДК 681.5.013

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОПТИМИЗАЦИИ РАЗМЕЩЕНИЯ ПОЛЮСОВ ДЛЯ РЕГУЛЯТОРА ВЫСОТЫ ПОЛЕТА КВАДРОКОПТЕРА

В.А. Александров

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65

E-mail: va.alexandrov@yandex.ru

И.Г. Резков

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65

E-mail: fagothmail@gmail.com

Ключевые слова: синтез регулятора, размещение полюсов, оптимизация, передаточная функция, дискретизация, квадрокоптер.

Аннотация: В работе рассмотрен синтез регулятора высоты полета квадрокоптера на основе идентифицированной линейной модели. Методом оптимизации размещения полюсов строится регулятор с интегральной частью для компенсации действия силы тяжести и других постоянных составляющих внешнего возмущения. Оптимизируется подавление действия неизмеряемого внешнего возмущения при соблюдении ограничений, обусловленных требованиями к робастности системы, и ограничений на допустимую область размещения полюсов, обусловленных требованиями к быстродействию и демпфированию. Приведен пример влияния выбора ограничения для H_∞ нормы передаточной функции от помехи измерения к управлению на достигаемое значение H_∞ нормы передаточной функции от возмущения к выходу объекта. Проведено сравнение полученных вариантов регулятора по данным экспериментального полета.

1. Введение

Задача синтеза регулятора для линейного объекта с одним входом и одним выходом, описываемого известной передаточной функцией, подробно исследована и может быть решена различными известными методами. Тем не менее при разработке системы управления на практике возникают вопросы выбора целевых параметров синтеза и значений показателей качества системы. Не для всех таких вопросов есть формализованные рекомендации. Так, при применении метода H_∞ оптимизации необходимо задать весовые передаточные функции или коэффициенты для соблюдения требуемых ограничений при минимизации H_∞ нормы обобщенной передаточной матрицы [1]. Для синтеза линейно-квадратичного регулятора

необходимо задать весовые коэффициенты квадратичного критерия качества [2, 3]. При использовании процедуры синтеза регулятора фиксированной структуры [4] кроме минимизируемого критерия нужно задать все необходимые ограничения системы, значения которых определяются свойствами объекта управления.

В настоящей работе рассмотрен синтез регулятора методом оптимизации размещения полюсов [5] для обеспечения заданной высоты полета квадрокоптера и выбор соответствующих параметров синтеза. В качестве оптимизируемого критерия выбрана минимизация H_∞ нормы передаточной функции относительно возмущения при ограничениях на H_∞ нормы функции чувствительности и передаточной функции от помехи к управлению, обеспечивающих робастность системы. Кроме того, устойчивость, быстродействие и демпфирование системы определяется задаваемыми границами размещения полюсов. По идентифицированной передаточной функции динамики вертикального движения квадрокоптера [6] синтезируется непрерывный регулятор с интегральной составляющей. Для реализации полученного регулятора в полетном контроллере регулятор переводится в дискретную форму. Проведены испытания полученного регулятора.

2. Синтез регулятора методом оптимизации размещения полюсов

В [6] идентифицирована передаточная функция от управления общей тягой моторов $u \in [0, 1]$, где 0 соответствует выключению питания моторов, 1 – максимальное значение тяги, к координате по вертикальной оси:

$$(1) \quad P(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{72.3}{s(2.6s + 1)(0.08s + 1)},$$

где s – переменная преобразования Лапласа. Эта идентифицированная модель является линеаризацией нелинейной динамики для условий, когда угол наклона квадрокоптера равен 0 и вертикальная скорость близка к 0, аккумулятор почти полностью заряжен.

Регулятор должен обеспечивать подавление внешних возмущений: сила тяжести, изменение угла наклона, вертикальные потоки воздуха и другие.

Предлагается применять регулятор с интегральной частью для компенсации постоянных составляющих внешних возмущений:

$$(2) \quad C(s) = \frac{d(s)}{c(s)} = \frac{d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0}{s(c_2s^2 + c_1s + c_0)}.$$

Порядок регулятора выбран в соответствии с порядком модели объекта (1) для реализации метода размещения полюсов [7]. Коэффициенты регулятора (2) находятся решением уравнения

$$(3) \quad a(s)c(s) + b(s)d(s) = \delta(s),$$

где $\delta(s)$ – желаемый характеристический полином замкнутой системы, порядок которого соответствует модели (1) и структуре регулятора (2):

$$(4) \quad \delta(s) = s^6 + \delta_5s^5 + \dots + \delta_0.$$

Установим границы для модулей корней $|\lambda_i|$ полинома $\delta(s)$ исходя из динамики объекта (1). Максимальное значение модулей корней не должно значительно превышать значение, соответствующее наименьшей постоянной времени модели объекта, а минимальное значение определяется желаемым быстродействием системы. Исходя из этих рекомендаций зададим $1 \leq |\lambda_i| \leq 20$. Стандартные ограничения для коэффициента демпфирования: $0.7 \leq \zeta \leq 1$. Структуру полинома $\delta(s)$ выбираем как 4 вещественных корня и 1 комплексно-сопряженная пара.

Метод оптимизации размещения полюсов состоит в поиске корней полинома $\delta(s)$ в пределах выбранных границ, минимизирующих выбранную целевую функцию при заданных ограничениях. Выберем для минимизации H_∞ норму передаточной функции относительно возмущения, которое считаем приложенным вместе с управлением, чтобы использовать идентифицированную модель (1). Ограничения, которые должны учитываться при оптимизации:

- H_∞ норма функции чувствительности, определяющая запасы устойчивости, для которой выбираем ограничение $\|S(j\omega)\|_\infty \leq 2$, что соответствует радиусу запасов устойчивости 0.5 и
- H_∞ норма передаточной функции от помехи измерения к управлению, которая зависит от коэффициента усиления регулятора, и ограничение которой обеспечивает робастность системы при наличии немоделируемой динамики [8, 9], с ограничением $\|CS(j\omega)\|_\infty \leq 2$, значение которого выбрано исходя из того, что допустимо, если помеха в пределах 0.01 м создает шум в управлении до 0.02.

При таких ограничениях получен регулятор

$$(5) \quad C(s) = \frac{9.072s^3 + 127.2s^2 + 252.9s + 148.1}{s(4.808s^2 + 98.04s + 745.5)},$$

с которым получается значение H_∞ нормы передаточной функции относительно возмущения равным 3.988 при соблюдении заданных ограничений: $\|S(j\omega)\|_\infty = 1.88$, $\|CS(j\omega)\|_\infty = 1.999$, максимальная постоянная времени 1.

Следует заметить, что в рассматриваемой задаче выход системы – высота – напрямую не измеряется. В регуляторе используется оценка этого значения, получаемая при помощи расширенного фильтра Калмана. В этом сигнале помеха измерения мала. Поэтому для лучшего подавления возмущений ослабим ограничение на передаточную функцию от помехи измерения к управлению: $\|CS(j\omega)\|_\infty \leq 10$ и получим регулятор

$$(6) \quad C(s) = \frac{48.03s^3 + 779.4s^2 + 2393s + 2091}{s(4.808s^2 + 159.6s + 2283)}$$

при значении H_∞ нормы передаточной функции относительно возмущения равным 1.23 и $\|S(j\omega)\|_\infty = 1.93$, $\|CS(j\omega)\|_\infty = 9.998$. Полюса системы находятся в заданной области с максимальной постоянной времени 0.71. Таким образом, все ограничения соблюдены, и подавление возмущения улучшено в 3 раза по сравнению с регулятором (5).

3. Экспериментальная проверка

Для реализации в полетном контроллере полученные регуляторы (5), (6) преобразуются в дискретную форму. Полученное разностное уравнение легко реализуется программно, используя текущее и предыдущие измерения высоты и предыдущие значения управления.

Эксперимент проводился на квадрокоптере массой 1.5 кг и заключался в добавлении и убиении груза массой 0.5 кг в процессе удержания заданной высоты. Полученные графики высоты и управления для регуляторов (5) и (6) приведены на рис. 1. На рис. 2 график такого же эксперимента для стандартного регулятора высоты, предустановленного в полетном контроллере.

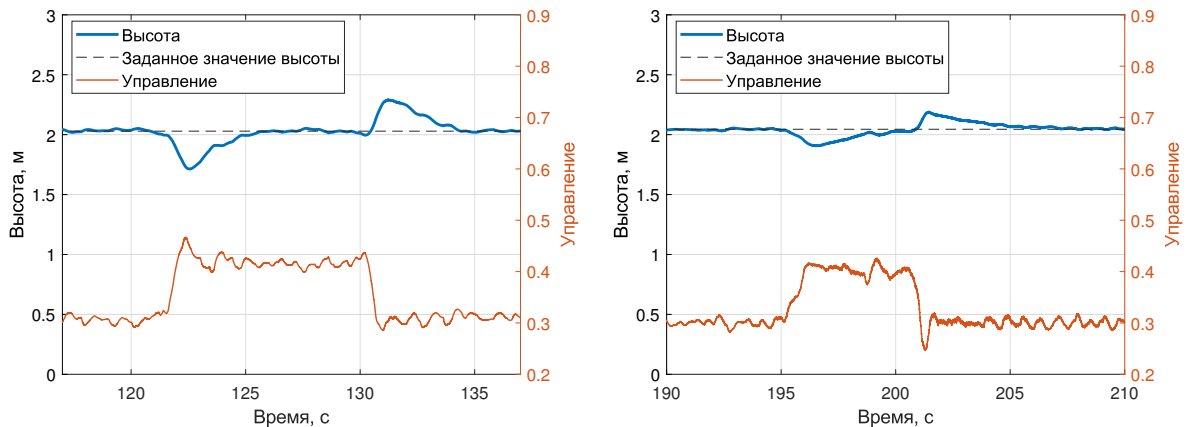


Рис. 1. Переходные процессы с регуляторами (5) и (6)

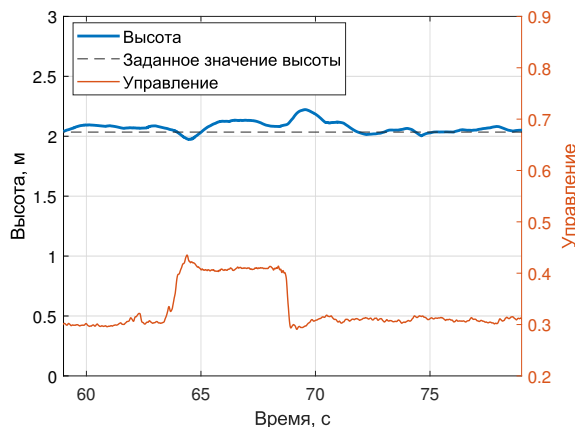


Рис. 2. Переходной процесс с регулятором Ardupilot

Видно, что регуляторы (5) и (6) при отсутствии тестового возмущения более точно держат заданное значение высоты по сравнению со стандартным. При тестовом возмущении возникающее максимальное отклонение при работе регулятора (6) такое же небольшое, как и при работе стандартного регулятора, а с регулятором (5) отклонение примерно в два раза больше. Но при работе регулятора (6) в сигнале управления заметна высокочастотная составляющая.

4. Заключение

Использованный для синтеза регулятора метод оптимизации размещения полюсов позволяет строить регулятор с интегральной составляющей. Требование соответствия порядка регулятора порядку модели объекта не является проблемой при реализации регулятора как разностного уравнения. Для использованной процедуры синтеза регулятора методом оптимизации размещения полюсов при задании значений ограничений некоторую сложность представляет только выбор минимально допустимого значения модуля корней характеристического полинома замкнутой системы и максимально допустимого значения H_∞ нормы передаточной функции от помехи измерения к управлению. Эти параметры конфликтуют между собой, и необходимо найти баланс между быстродействием и робастностью системы. Другая проблема – зависимость достижимого уровня подавления возмущения от выбора ограничения H_∞ нормы передаточной функции от помехи измерения к управлению продемонстрирована в настоящей работе.

Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 23-29-00588, <https://rscf.ru/project/23-29-00588/>

Список литературы

1. Alexandrov V., Rezkov I., Shatov D., Chestnov V. Discrete-time H_∞ Optimization for Quadcopter Altitude Control // 29th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED). Puglia, Italy, 2021. P. 126–131.
2. Александров А.Г. Методы построения систем автоматического регулирования. М.: Физматлит, 2008.
3. Александров В.А., Резков И.Г. Линейно-квадратичный регулятор высоты полета квадрокоптера с фильтрацией управления // Материалы 16-й Международной конференции "Устойчивость и колебания нелинейных систем управления" (конференция Пятницкого). Москва, 2022. М.: ИПУ РАН, 2022. С. 29–32.
4. Arkarian P., Gahinet P., Buhr C. Multi-Model, Multi-Objective Tuning of Fixed-Structure Controllers // Proc. European Control Conf. 2014. P. 856–861
5. Александров В.А. Оптимизация размещения полюсов в одномерной системе управления // Автоматика и телемеханика. 2021. № 6. С. 102–123.
6. Alexandrov V.A., Rezkov I.G., Shatov D.V. Identification of the quadcopter vertical translation dynamics // Proc. 28th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED). Saint-Raphael, France, 2020. P. 363–368.
7. Острем К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ. М.: Мир, 1987.
8. Astrom K.J., Murray R.M. Feedback Systems: an Introduction for Scientists and Engineers. New Jersey: Princeton University Press, 2008.
9. Alexandrov V.A., Chestnov V.N., Shatov D.V. Stability Margins for Minimum-Phase SISO Plants: A Case Study // Proc. European Control Conf. 2020. P. 2068–2073.