УДК 681.5.011

УПРАВЛЕНИЕ ПО ВЫХОДУ АСИНХРОННЫМ ДВИГАТЕЛЕМ НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКОГО РЕГУЛЯТОРА

А.А. Пыркин
Университет ИТМО
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49
E-mail: a.pyrkin@gmail.com

М.Ш. Та
Университет ИТМО
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49
E-mail: sonta1805@gmail.com

К.К. Нгуен
Университет ИТМО
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49
E-mail: quangcuonghvhq.cd@gmail.com

Ключевые слова: динамическая параметризация, управление по выходу, асинхронный двигатель.

Аннотация: Рассматривается динамическая модель асинхронного двигателя. Предполагается, что сопротивление ротора, индуктивность и момент нагрузки неизвестны. Измеряемыми сигналами являются ток статора и угловая скорость ротора. Получено регрессионное соотношение, на основе которого синтезируются алгоритмы адаптивного оценивания параметров, наблюдатели магнитного потокосцепления и регулятор стабилизации заданной скорости ротора.

1. Введение

В работе рассмотрена модель асинхронного двигателя, управляемого силой тока [1]. Получена параметризация модели, позволяющая применить метод динамического расширения и смешивания регрессора (DREM) [2]. Синтезирован алгоритм оценивания сопротивления ротора, индуктивности, момента нагрузки и наблюдатель магнитного потокосцепления по измерениям угловой скорости вращения ротора. Синтезирован динамический алгоритм управления, обеспечивающий стабилизацию заданной постоянной скорости. В отличие от [3] получен более общий результат, гарантирующий глобальную устойчивость замкнутой системы.

2. Постановка задачи

Рассмотрим динамическую $\alpha\beta$-модель асинхронного двигателя [1]

$$\dot{\lambda} = -\frac{R}{L}\lambda + \frac{R}{L}u, \tag{1}$$

$$\tau = \frac{n_p}{L}u^\top J\lambda, \tag{2}$$

$$D\dot{\omega} = \tau - \tau_L, \tag{3}$$

где $\lambda(t) \in \mathbb{R}^2$ – потокосцепление, $u(t) \in \mathbb{R}^2$ – токи, действующие как управляющий вход, $\omega(t) \in \mathbb{R}$ – скорость вращения ротора, τ – крутящий момент, τ_L – момент нагрузки, который предполагается постоянным. Параметры $R > 0$, $L > 0$ и $D > 0$ – сопротивление, индуктивность и инерция ротора соответственно, $n_p \in \mathbb{Z}_+$ – число пар полюсов и $J := \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Требуется синтезировать закон управления $u(t)$ обеспечивающий стремление выходных переменных к нулю при $t \to 0$.

3. Оценивание неизвестных параметров

Утверждение 1. *Пусть сигнал управления является выходом динамической системы вида*

$$u(t) = H^\top \chi(t), \qquad \dot{\chi}(t) = G_0\chi(t) + B\nu(t), \tag{4}$$

где $\chi \in \mathbb{R}^n$ – вектор переменных состояния регулятора, $\nu(t) \in \mathbb{R}$ – новый управляющий вход. Тогда для системы (1) *может быть получено соотношение*

$$z(t) = \gamma^\top q(t), \tag{5}$$

где $\gamma = \gamma(R, L, \tau_L) \in \mathbb{R}^6$ – вектор постоянных параметров, $z(t) \in \mathbb{R}$ и $q(t) \in \mathbb{R}^n$ – доступные для вычисления функции.

Доказательство утверждения 1. Введем обозначения $a = \frac{R}{L}$, $b = \frac{n_p}{L}$ и перепишем уравнение (1) в виде

$$\dot{\lambda} = -a\lambda + a\chi_1, \tag{6}$$

$$D\dot{\omega} + \tau_L = b\chi_1^\top J\lambda. \tag{7}$$

Продифференцируем уравнение (7) 2 раза получим

$$D\ddot{\omega} = \left(\chi_2^\top - a\chi_1^\top\right) bJ\lambda, \tag{8}$$

$$D\omega^{(3)} - \chi_2^\top abJ\chi_1 = \left(\chi_3^\top - 2a\chi_2^\top + a^2\chi_1^\top\right) bJ\lambda. \tag{9}$$

Перепишем (7) и (8) в матричном виде

$$\begin{bmatrix} D\dot{\omega} + \tau_L \\ D\ddot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_1^\top \\ \chi_2^\top - a\chi_1^\top \end{bmatrix} bJ\lambda = W\, bJ\lambda, \tag{10}$$

где введено обозначение $W = \begin{bmatrix} \chi_1^\top \\ \chi_2^\top - a\chi_1^\top \end{bmatrix}$.

Выразив выражение $bJ\lambda$ из (10) и подставляя в (9) получим

$$\begin{aligned}\left(D\omega^{(3)}-\chi_2^\top abJ\chi_1\right)&=\left(\chi_3^\top-2a\chi_2^\top+a^2\chi_1^\top\right)W^{-1}\begin{bmatrix}D\dot\omega+\tau_L\\ D\ddot\omega\end{bmatrix}\\ &=\left(\chi_3^\top-2a\chi_2^\top+a^2\chi_1^\top\right)\frac{1}{\det(W)}\mathrm{adj(W)}\begin{bmatrix}D\dot\omega+\tau_L\\ D\ddot\omega\end{bmatrix},\end{aligned}\tag{11}$$

Подставляя занчения операторов Крамера $\det(W)=\chi_2^\top J\chi_1$ и $\mathrm{adj}(W)=\begin{bmatrix}aJ\chi_1-J\chi_2 & J\chi_1\end{bmatrix}$ в (11), получим соотношение

$$\left(D\omega^{(3)}-\chi_2^\top abJ\chi_1\right)\chi_2^\top J\chi_1=\left(\chi_3^\top-2a\chi_2^\top+a^2\chi_1^\top\right)\begin{bmatrix}aJ\chi_1-J\chi_2\\ J\chi_1\end{bmatrix}^\top\begin{bmatrix}D\dot\omega+\tau_L\\ D\ddot\omega\end{bmatrix},\tag{12}$$

которое после раскрытия скобок примет вид

$$\begin{aligned}&D\dot\omega\chi_3^\top J\chi_2-D\ddot\omega\chi_3^\top J\chi_1+D\omega^{(3)}\chi_2^\top J\chi_1=a\left(D\dot\omega\chi_3^\top J\chi_1-2D\ddot\omega\chi_2^\top J\chi_1\right)-\\ &-\tau_L\chi_3^\top J\chi_2+ab\chi_2^\top J\chi_1\chi_2^\top J\chi_1+a^2D\dot\omega\chi_1^\top J\chi_2+a\tau_L\chi_3^\top J\chi_1+a^2\tau_L\chi_1^\top J\chi_2.\end{aligned}\tag{13}$$

Для исключения недоступных производных переменной ω в (13) применим три раза линпейные стационарные фильтры вида $\mathcal{H}[\cdot]=\frac{1}{p+\alpha}[\cdot]$, где $p=\frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования, $\alpha>0$ – настроечный параметр.

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(p+\alpha)^3}D\chi_3^\top J\chi_2[\dot\omega]-\frac{1}{(p+\alpha)^3}D\chi_3^\top J\chi_1[\ddot\omega]+\frac{1}{(p+\alpha)^3}D\chi_2^\top J\chi_1[\omega^{(3)}]=\\ &=\frac{1}{(p+\alpha)^3}a\left(D\chi_3^\top J\chi_1[\dot\omega]-2D\chi_2^\top J\chi_1[\ddot\omega]\right)-\frac{1}{(p+\alpha)^3}\tau_L\chi_3^\top J\chi_2+\\ &+\frac{1}{(p+\alpha)^3}ab\chi_2^\top J\chi_1\chi_2^\top J\chi_1+\frac{1}{(p+\alpha)^3}a^2D\chi_1^\top J\chi_2[\dot\omega]+\\ &\qquad+\frac{1}{(p+\alpha)^3}a\tau_L\chi_3^\top J\chi_1+\frac{1}{(p+\alpha)^3}a^2\tau_L\chi_1^\top J\chi_2\end{aligned}\tag{14}$$

Легко видно, что

$$\begin{aligned}z_1&=\frac{1}{(p+\alpha)^3}D\dot\omega\chi_3^\top J\chi_2=\frac{1}{(p+\alpha)^3}D\chi_3^\top J\chi_2[p\omega]=\\ &=\frac{1}{(p+\alpha)^2}D\chi_3^\top J\chi_2N-\frac{1}{(p+\alpha)^3}D\chi_4^\top J\chi_2N,\end{aligned}\tag{15}$$

$$\begin{aligned}z_2&=\frac{1}{(p+\alpha)^3}D\ddot\omega\chi_3^\top J\chi_1=\frac{1}{(p+\alpha)^3}D\chi_3^\top J\chi_1[p^2\omega]=\frac{1}{p+\alpha}D\chi_3^\top J\chi_1M-\\ &-\frac{2}{(p+\alpha)^2}D\left(\chi_3^\top J\chi_2+\chi_4^\top J\chi_1\right)M+\frac{1}{(p+\alpha)^3}D\left(2\chi_4^\top J\chi_2+\nu^\top J\chi_1\right)M,\end{aligned}\tag{16}$$

$$\begin{aligned}z_3&=\frac{1}{(p+\alpha)^3}D\chi_2^\top J\chi_1[\omega^{(3)}]=\frac{1}{(p+\alpha)^3}D\chi_2^\top J\chi_1[p^3\omega]=D\chi_2^\top J\chi_1Q-\\ &-\frac{3}{p+\alpha}D\chi_3^\top J\chi_1Q+\frac{3}{(p+\alpha)^2}D\left(\chi_3^\top J\chi_2+\chi_4^\top J\chi_1\right)Q-\\ &\qquad-\frac{1}{(p+\alpha)^3}D\left(2\chi_4^\top J\chi_2+\nu^\top J\chi_1\right)Q,\end{aligned}\tag{17}$$

$$q_{11} = \frac{1}{(p+\alpha)^3} D\dot{\omega}\chi_3^\top J\chi_1 = \frac{1}{(p+\alpha)^3} D\chi_3^\top J\chi_1[q\omega] = \\ = \frac{1}{(p+\alpha)^2} D\chi_3^\top J\chi_1 N - \frac{1}{(p+\alpha)^3} D\left(\chi_4^\top J\chi_1 + \chi_3^\top J\chi_2\right) N, \quad (18)$$

$$q_{12} = \frac{1}{(p+\alpha)^3} D\ddot{\omega}\chi_2^\top J\chi_1 = \frac{1}{(p+\alpha)^3} D\chi_2^\top J\chi_1[p^2\omega] = \\ = \frac{1}{p+\alpha} D\chi_2^\top J\chi_1 M - \frac{2}{(p+\alpha)^2} D\chi_3^\top J\chi_1 M + \frac{1}{(p+\alpha)^3} D\left(\chi_3^\top J\chi_2 + \chi_4^\top J\chi_1\right) M, \quad (19)$$

$$q_4 = \frac{1}{(p+\alpha)^3} D\dot{\omega}\chi_1^\top J\chi_2 = \frac{1}{(p+\alpha)^3} D\chi_1^\top J\chi_2[p\omega] = \\ = \frac{1}{(p+\alpha)^2} D\chi_1^\top J\chi_2 N - \frac{1}{(p+\alpha)^3} D\chi_1^\top J\chi_3 N, \quad (20)$$

где $\Omega_i = \frac{p^i}{(p+\alpha)^i}[\omega]$, $i = 1, 2, 3$. Выражение 13 соответствует 5, где все функции вычислимы:

$$z = z_1 - z_2 + z_3\,,$$

$$q = \begin{bmatrix} q_{11} - 2q_{12} \\ -\frac{1}{(p+\alpha)^3}\chi_3^\top J\chi_2 \\ \frac{1}{(p+\alpha)^3}\chi_2^\top J\chi_1\chi_2^\top J\chi_1 \\ q_4 \\ \frac{1}{(p+\alpha)^3}\chi_3^\top J\chi_1 \\ \frac{1}{(p+\alpha)^3}\chi_1^\top J\chi_2 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$\gamma^\top = \begin{bmatrix} a & \tau_L & ab & a^2 & a\tau_L & a^2\tau_L \end{bmatrix}.$$

4. Синтез закона управления

Напомним, что закон управления $u(t)$ задан выражением 4, в котором требуется доопределить сигнал $\nu(t)$. Для этого, продифференцируем уравнение 9 опять 2 раза:

$$D\omega^{(4)} = 2ab\chi_3^\top J\chi_1 - 2a^2b\chi_2^\top J\chi_1 + (\chi_4^\top - 3a\chi_3^\top + 3a^2\chi_2^\top - a^3\chi_1^\top)bJ\lambda, \quad (22)$$

$$D\omega^{(5)} = 3ab\chi_4^\top J\chi_1 + 2ab\chi_3^\top J\chi_2 - 5a^2b\chi_3^\top J\chi_1 + 3a^3b\chi_2^\top J\chi_1 + \\ + \left(\nu^\top - 4a\chi_4^\top + 6a^2\chi_3^\top - 4a^3\chi_2^\top + a^4\chi_1^\top\right) bJ\lambda, \quad (23)$$

Соответствует **??**, 8, 9, 22 перепишем 23 в виде

$$D\omega^{(5)} = \nu^\top bJ\lambda - 4aD\omega^{(4)} - 6a^2D\omega^{(3)} - 4a^3D\omega^{(2)} - a^4D\dot{\omega} - a^4\tau_L + g, \quad (24)$$

где $g = a^3 b\chi_2^\top J\chi_1 + 3a^2 b\chi_3^\top J\chi_1 + 3ab\chi_4^\top J\chi_1 + 2ab\chi_3^\top J\chi_2$. Полином 5-х степень иммет вид

$$\omega^{(5)} + k_5\omega^{(4)} + k_4\omega^{(3)} + k_3\omega^{(2)} + k_2\dot{\omega} + k_1(\omega - \omega_0) = 0. \tag{25}$$

Следует

$$\nu^\top bJ\lambda = (4a - k_5) D\omega^{(4)} + \left(6a^2 - k_4\right) D\omega^{(3)} + \left(4a^3 - k_3\right) D\omega^{(2)} + \\ + \left(a^4 - k_2\right) D\dot{\omega} - Dk_1(\omega - \omega_0) + a^4\tau_L - g. \tag{26}$$

Заменим

$$\nu^\top = -\lambda^\top J\sigma, \tag{27}$$

и $-\lambda^\top J^2\lambda = \|\lambda\|^2 > 0$, получим

$$\sigma = \frac{1}{b\|\lambda\|^2}[(4a - k_5) D\omega^{(4)} + \left(6a^2 - k_4\right) D\omega^{(3)} + \left(4a^3 - k_3\right) D\omega^{(2)} + \\ + \left(a^4 - k_2\right) D\dot{\omega} - Dk_1(\omega - \omega_0) + a^4\tau_L - g)]. \tag{28}$$

5. Заключение

Основное преимущество предлагаемого алгоритма адаптивного управления (22) состоит в том, что он не требует знания сопротивления и индуктивности. Благодаря методу DREM представленный алгоритм, не требует выполнение условия постоянного возбуждения для обеспечения глобальной асимптотической сходимости к нулю ошибок оценивания искомых параметров и потокосцепления. Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ (паспорт госзадания № 2019-0898).

Список литературы

1. K. H. Nam, AC Motor Control and Electrical Vehicle Applications, CRC press, 2010.
2. S. Aranovskiy, A. Bobtsov, R. Ortega and A. Pyrkin, Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // IEEE Trans. Automatic Control, 2017, vol. 62, pp. 3546-3550.
3. R. Ortega, A. Pyrkin, A. Bobtsov, D. Efimov, S. Aranovskiy, A Globally Convergent Adaptive Indirect Field?Oriented Torque Controller for Induction Motors // Asian Journal of Control, 2020, vol. 22, No. 1, pp. 11–24.