

СРАВНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ ОЦЕНИВАНИЯ И КОМПЕНСАЦИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

И.Б. Фуртат

Институт проблем машиноведения РАН

Россия, 199178, Санкт-Петербург, Большой пр. В.О., 61

E-mail: cainenash@mail.ru

Ключевые слова: Нелинейная система, компенсация, возмущение, помеха, линейное матричное неравенство.

Аннотация: Предложен алгоритм стабилизации нелинейных систем со снижением уровня влияния помех измерения, параметрической неопределенности и внешних возмущений. Рассматриваются помехи измерения, размерность которых совпадает с размерностью вектора состояния объекта. Параметрическая неопределенность и внешние возмущения могут присутствовать в любом уравнении модели объекта. Получены условия расчета параметров алгоритма в виде разрешимости линейного матричного неравенства. Приводится сравнительный анализ полученного алгоритма с алгоритмом компенсации возмущений с использованием вспомогательного контура и алгоритмом, построенном с использованием фильтра калмановского типа.

1. Введение

В теории и практике автоматического управления особое внимание уделяется задаче компенсации влияния параметрической неопределенности и внешних возмущений, которые отрицательно влияют на качество функционирования системы управления. В настоящее время для компенсации влияния возмущений широко используются методы [1] – [6]. Однако [1] – [6] могут не обеспечивать заданных показателей качества переходных процессов при наличии помех измерения. Это связано с тем, что для одновременной компенсации влияния возмущений и помех требуется находить между ними компромисс с учетом особенности математической модели объекта. Для синтеза алгоритмов управления в условиях возмущений и помех измерения эффективно используются метод H_∞ -оптимизации [7], модифицированный метод вспомогательного контура [6], методы анализа влияния помех измерения на качество работы замкнутой системы [8] и т.д. В [6] получен алгоритм компенсации возмущений и помех при более общих условиях на структуры матриц модели объекта по сравнению с [7]. Также в [6] рассматриваются произвольные внешние ограниченные возмущения, а не синусоидальные, как в [3]. Однако в [6] предполагается, что объект управления линейный, размерность помехи должна быть меньше размерности вектора состояния, параметрическая неопределенность и внешние возмущения могут присутствовать

только в определенных уравнениях модели объекта.

В настоящем докладе рассматривается нелинейный объект у которого измерению доступен сигнал, равный сумме вектора состояния объекта и помехи измерения, размерности которых совпадают, а параметрическая неопределенность и внешние возмущения могут присутствовать в любом уравнении модели объекта. Получено условие расчета параметров алгоритма в виде разрешимости линейного матричного неравенства (ЛМН). Приведены численные сравнения полученного алгоритма с алгоритмом компенсации возмущений с использованием вспомогательного контура и алгоритмом, построенном с использованием фильтра калмановского типа. Более подробные выводы и исследования приведены в [9].

2. Постановка задачи

Рассмотрим объект управления, модель которого описывается уравнениями

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + B(\psi(x) + c_0u(t) + \varphi(t)), \quad x(0) = x_0, \\ z(t) &= x(t) + \xi(t), \end{aligned}$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния, $u(t) \in \mathbb{R}$ – сигнал управления, $z(t) \in \mathbb{R}^n$ – измеряемый сигнал, $\xi(t) = [\xi_1(t), \dots, \xi_n(t)]^T$ – ограниченная помеха измерения, $\psi(x) \in \mathbb{R}$ и $\varphi(t) \in \mathbb{R}$ – неизвестные функции такие, что $\left| \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} \right| \leq L$, внешние возмущение $\varphi(t)$ является ограниченной функцией и $|\dot{\varphi}(t)| \leq \chi_1$, $L > 0$ и $\chi_1 > 0$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – известная гурвицева матрица, $B = [b_1, \dots, b_n]^T$ – известный вектор, пара (A, B) управляема, неизвестный коэффициент c_0 принадлежит отрезку $[c_{\min}, c_{\max}]$, где $c_{\min} > -1$ и c_{\max} известны. Начальное условие x_0 неизвестно. Предположим, что $b_i \neq 0$, $\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\xi_i(t)| < \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\xi_k(t)|$ и $\dot{\xi}_i(t)$ – ограниченный сигнал, где $i, k \in \{1, \dots, n\}$ и $i \neq k$. Обозначим: $|\xi_i(t)| \leq \chi_2$ и $|\dot{\xi}_i(t)| \leq \chi_3$, где $\chi_2 > 0$ и $\chi_3 > 0$.

Требуется разработать алгоритм, который обеспечит выполнение условия

$$(2) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |x(t)| \leq \delta,$$

где значение величины $\delta > 0$ будет определено в теореме и оно будет зависеть от параметров системы управления.

3. Алгоритм оценки помехи измерения, закон управления, основной результат

Согласно [9], алгоритм оценки помех измерения и закон управления формируются в виде

$$(3) \quad \hat{\xi} = \int_0^t \left[\tilde{A}\hat{\xi}(s) - \tilde{A}_1 z(s) \right] ds + \tilde{z},$$

$$(4) \quad u = -\frac{1}{\mu} (E_i^T B)^{-1} \left[\hat{x}_i - E_i^T A \int_0^t \hat{x}(s) ds \right],$$

где $\hat{\xi}$ – вектор оценки сигнала $\tilde{\xi} = [\xi_1, \dots, \xi_{i-1}, \xi_{i+1}, \dots, \xi_n]^T$, \tilde{I} – матрица размерности $(n-1) \times n$, полученная из единичной матрицы порядка n путем вычеркивания i -й строки, $E_j = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]^T$ – вектор соответствующей размерности, у которого j -я компонента равна 1, а остальные нулю, $\tilde{E} = [E_1, \dots, E_{i-1}, E_{i+1}, \dots, E_n]$, $\tilde{A} = \tilde{I}A\tilde{E}$, $\tilde{A}_1 = \tilde{I}A$, $\tilde{A}_2 = \tilde{I}AE_i$, $\tilde{B} = \tilde{I}B$, $\hat{x} = z - \tilde{E}\hat{\xi}$.

Обозначим $A_{21} = \frac{1+c_0}{\mu}A$, $A_{22} = -\frac{1+c_0}{\mu}I_n + A$, $A_{23} = \frac{1+c_0}{\mu}B(E_i^T B)^{-1}E_i^T A\tilde{E}$, $B_{21} = B$, $B_{22} = -\frac{1+c_0}{\mu}B(E_i^T B)^{-1}E_i^T A\tilde{E}$, $B_{23} = -\frac{1+c_0}{\mu}B(E_i^T B)^{-1}$, $A_{43} = \frac{1+c_0}{\mu}[\tilde{A} - \tilde{B}(E_i^T B)^{-1}E_i^T A\tilde{E}]$, $A_{44} = -\frac{1+c_0}{\mu}I_{n-1} + \tilde{A}$, $B_{41} = -\tilde{B}$, $B_{42} = -\frac{1+c_0}{\mu}(\tilde{B}(E_i^T B)^{-1}E_i^T A\tilde{E} - \tilde{A}_2)$, $B_{43} = \frac{1+c_0}{\mu}\tilde{B}(E_i^T B)^{-1} + \tilde{A}_2$,

$$A_e = \begin{bmatrix} O_{n \times n} & I_n & O_{n \times (n-1)} & O_{n \times (n-1)} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & O_{n \times (n-1)} \\ O_{(n-1) \times n} & O_{(n-1) \times n} & O_{(n-1) \times (n-1)} & I_{n-1} \\ O_{(n-1) \times n} & O_{(n-1) \times n} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} O_{n \times 1} \\ B \\ O_{(n-1) \times 1} \\ -\tilde{B} \end{bmatrix}, \quad B_e = \begin{bmatrix} O_{n \times 1} & O_{n \times 1} & O_{n \times 1} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ O_{(n-1) \times 1} & O_{(n-1) \times 1} & O_{(n-1) \times 1} \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} \end{bmatrix}, \quad \Psi = \begin{bmatrix} A_e^T P + P A_e + 2\beta P + \tau L^2 C^T C & P F & P B_e \\ * & -\tau & O_{1 \times 3} \\ * & * & -\rho I_3 \end{bmatrix},$$

где $O_{n \times l}$ – нулевая матрица размерности $n \times l$, I_n – единичная матрица порядка n , “*” обозначает симметричный блок симметричной матрицы.

Теорема. Рассмотрим систему управления, состоящую из объекта (1) алгоритма оценки помехи (3) и закона управления (4). Пусть для заданных чисел $\beta > 0$ и $\mu > 0$ существуют коэффициенты $\tau > 0$, $\rho > 0$ и матрица $P > 0$ такие, что выполнено линейное матричное неравенство (ЛМН) $\Psi < 0$. Тогда замкнутая система (1), (3), (4) устойчива и выполнено целевое условие (2), где

$$(5) \quad \delta = \sqrt{\frac{\rho \sum_{i=1}^3 \chi_i^2}{2\beta \lambda_{\min}(P)}},$$

$\lambda_{\min}(P)$ – наименьшее собственное число матрицы P .

4. Пример

Рассмотрим объект (1), где $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = [0 \ 1 \ 3]^T$, $c_0 \in [-0,5; 5]$ и

$\psi(x) = 1 + \sum_{i=1}^3 (x_i + 0,5 \cos x_i)$. Предположим, что условие $\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\xi_i(t)| < \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\xi_k(t)|$, где $i, k \in \{1, 2, 3\}$ и $i \neq k$, выполнено для $i = 3$, $x(0) = [1 \ 1 \ 1]^T$ и $c_0 = 1$.

Воспользовавшись пакетом SeDuMi в Matlab [10], [11], получим, что ЛМН $\Psi < 0$ имеет решения при $\mu \leq 0,033$. Пусть в (1): $\varphi = 5 + 2 \sin(0,7t) \cos(2t) + \sin(1,5t)$, $\xi_1 = 1 + 10 \sin(3t)$, $\xi_2 = -2 + 7 \cos(3t)$, $\xi_3 = 0,01 \sin(0,8t)$. На рис. 1 приведены переходные процессы по x : 1) при $u = 0$ (рис. 1, а); 2) при $u = u_0$ [6], где $u_0 = -\frac{1}{\mu}(E_i^T B)^{-1} \left[z_i - E_i^T A \int_0^t z(s) ds \right]$ и $\mu = 0,01$ (рис. 1, б); 3) для предложенного алгоритма при $\mu = 0,01$ (рис. 1, в) и при $\mu = 0,001$ (рис. 1, г).

Из рис. 1, а следует, что при $u = 0$ система неустойчива. При $u = u_0$ [6] (т.е. только (4) без (3)) замкнутая система устойчива, однако качество регулирования в

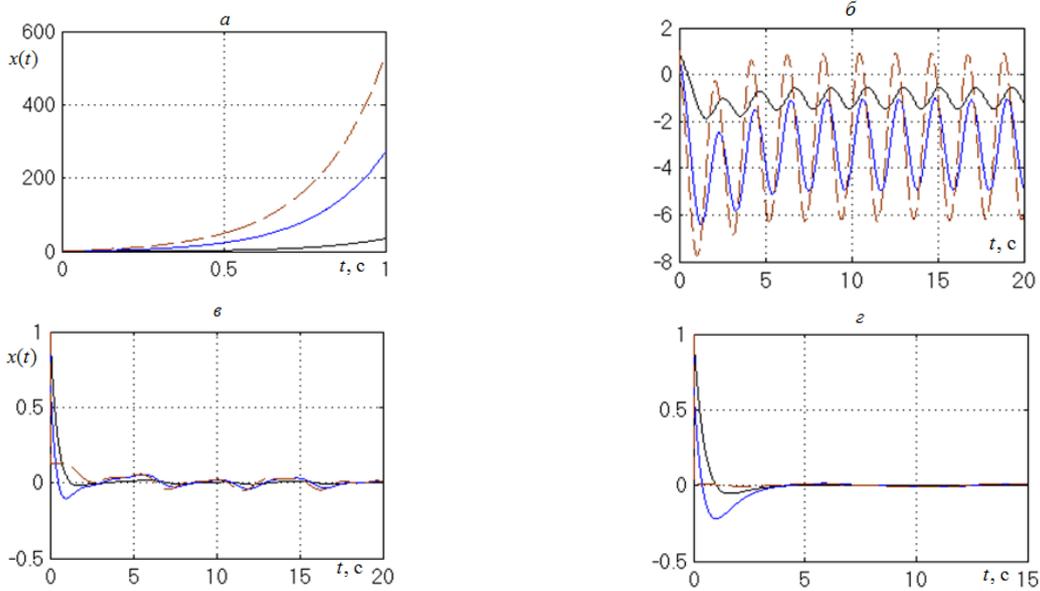


Рис. 1. Переходные процессы по $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ при $u = 0$ (а), $u = u_0$ [6] (б) и использовании предложенного алгоритма при $\mu = 0,01$ (в) и $\mu = 0,001$ (г)

установившемся режиме неудовлетворительно ($\delta = 8,1$ после 3 с). Из рис. 1 в следует, что предложенная схема управления обеспечивает компенсацию возмущений и помех измерения с точностью $\delta = 0,3$ после 3 с. Уменьшая μ в разработанном алгоритме в 10 раз, получим $\delta = 0,01$ после 3 с (см. рис. 1, в).

Теперь приведем сравнение (3), (4) с законом управления (4), где \hat{x} получен с помощью фильтра Калмана–Бьюси [12, 13]. Для расчета матрицы обратной связи в фильтре Калмана–Бьюси с помощью уравнения Риккати выбираются матрицы интенсивности возмущения и помехи с нормами не более 0,1 каждая. Зададим $\mu = 0,01$. Помеху измерения зададим как

$$(6) \quad \begin{aligned} \varphi &= 5 + 2 \sin(0,7t) \cos(2t) + \sin(1,5t) + d_1, \\ \xi_1 &= 1 + 10 \sin 3t + d_2, \quad \xi_2 = -2 + 7 \cos 3t + d_3, \quad \xi_3 = 0,01 \sin 0,8t + d_4, \end{aligned}$$

где $d_1(t), d_2(t), d_3(t)$ и $d_4(t)$ получены с помощью блоков «Band-limited White Noise» в Matlab Simulink со следующими параметрами: мощность шума (noise power) 1, 3, 5 и 10^{-3} и время выборки (sample time) 0,1 с, 0,01 с, 0,03 с и 0,1 с соответственно для четырех сигналов.

Рассмотрим первый случай, когда функция $\psi(x) \neq 0$, а φ задана в виде (6). Результаты моделирования показали, что замкнутая система, построенная с использованием u_0 и фильтра калмановского типа, неустойчива из-за наличия нелинейности $\psi(x)$. Однако предложенный алгоритм обеспечивает устойчивость замкнутой системы и компенсацию возмущений и помех (см. рис. 1). Теперь рассмотрим второй случай, когда $\psi(x) = 0$ и φ задано в виде (6). Результаты моделирования для алгоритма u_0 с использованием фильтра калмановского типа приведены на рис. 2, а, а для предложенного алгоритма – на рис. 2, б. Из рис. 2, а, б видно, что предложенный алгоритм обеспечивает гораздо меньше значение δ , чем при использовании фильтра калмановского типа. Рассмотрим третий случай, когда $\psi(x) = 0$ и $\varphi = 0$. Результаты переходных процессов по x , полученные с помощью (4) и фильтра калмановского типа приведены на рис. 2, в. Для предложенного

алгоритма результаты моделирования подобны результатам, представленным на рис. 2, б. В этом случае значения δ почти одинаковые для обоих алгоритмов. Рассмотрим четвертый случай, когда $\psi(x) = 0$, $\varphi = 0$ и $\xi_3 = 0$. Результаты переходных процессов по x , полученные с помощью (4) и фильтра калмановского типа, подобны результатам, приведенным на рис. 2, в. На рис. 2, г представлены результаты для предложенного алгоритма. Очевидно, что в четвертом случае значение δ при использовании разработанного алгоритма значительно меньше, чем при использовании (4) и фильтра калмановского типа.

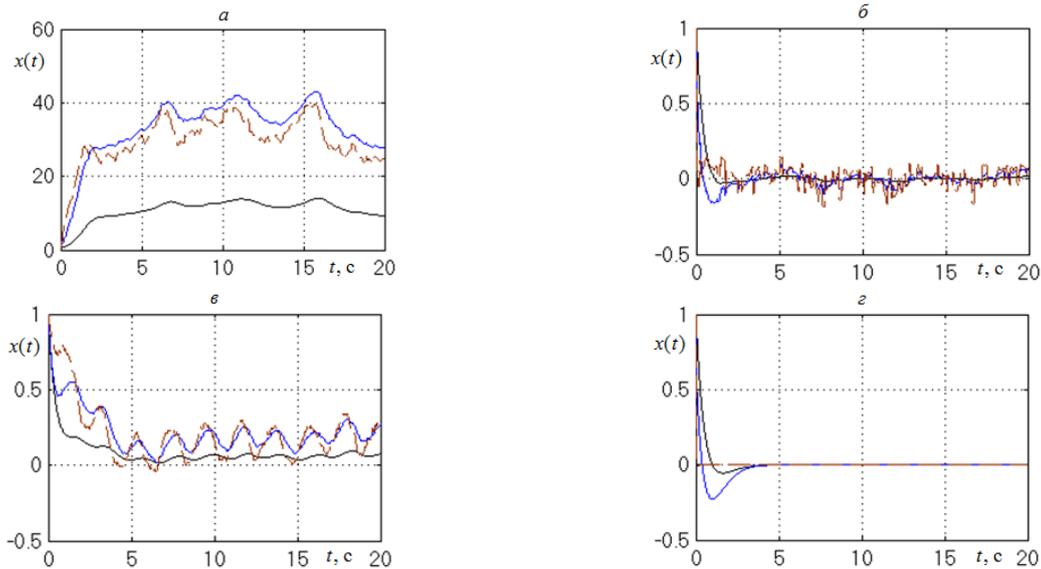


Рис. 2. Переходные процессы по $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ для алгоритма, построенного на базе фильтра калмановского типа (а, в) и для разработанного алгоритма (б, г)

Исследование выполнено в ИПМаш РАН при поддержке госзадания № 121112500298-6 (ЕГИСУ НИОКТР).

Список литературы

1. Поляк Б.Т., Топунов М.В. Подавление ограниченных внешних возмущений: управление по выходу // Автоматика и телемеханика. 2008. № 5. С. 72–90.
2. Никифоров В.О. Нелинейная система управления с компенсацией внешних детерминированных возмущений // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1997. № 4. С. 69–73.
3. Fedele G., Ferrise A. Biased Sinusoidal Disturbance Compensation With Unknown Frequency // IEEE Trans. Autom. Control. 2013. Vol. AC-58, No. 12. P. 3207–3212.
4. Буков В.Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: Изд-во научн. лит-ры. Н.Ф. Бочкаревой, 2006.
5. Проскурников А.В., Якубович В.А. Универсальные регуляторы в задачах оптимального управления с эталонной моделью при неизвестных внешних сигналах // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2012. № 2. С. 49.
6. Цыкунов А.М. Робастное управление с компенсацией возмущений. М.: Физматлит, 2012.
7. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления / Под ред. Егупова Н.Д. М.: Изд-во МТТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.
8. Furtat I.B., Fradkov A.L., Liberzon D. Compensation of disturbances for MIMO systems with quantized output // Automatica. 2015. Vol. 60. P. 239–244.

9. Фуртат И.Б. Алгоритм управления нелинейными системами в условиях возмущений и помех измерения // Автоматика и телемеханика. 2018. № 7. С. 41–58.
10. Баладин Д.В., Коган М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. М.: Физматлит, 2007.
11. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С. Управление линейными системами при внешних возмущениях. Техника линейных матричных неравенств. М.: Ленанд, 2014.
12. Браммер К., Зиффлинг Г. Детерминированное наблюдение и стохастическая фильтрация. М.: Наука, 1982.
13. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ Электроника», 2017.