

УДК 62-503.57

# ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ЭКВАЛИЗАЦИИ В ЗАДАЧЕ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ

**К.А. Шабанов**

*Национальный исследовательский университет ИТМО*  
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д. 49, лит. А  
E-mail: kashabanov@itmo.ru

**С.М. Власов**

*Национальный исследовательский университет ИТМО*  
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д. 49, лит. А  
E-mail: smvlasov@itmo.ru

**Ключевые слова:** цифровая обработка сигналов, фильтрация сигналов, эквалайзеры, алгоритмы эквализации.

**Аннотация:** Данная работа посвящена исследованию алгоритмов эквализации в задаче фильтрации сигналов. Представлена общая постановка задачи эквализации в цифровой обработке сигналов. Были рассмотрены линейный эквалайзеры, основанные на линейный фильтрах: трансверсальный и решетчатый эквалайзеры. Также в статье были упомянуты нелинейные эквалайзеры. В данной работе рассмотрена эквализация сигнала с помощью линейного эквалайзера.

## 1. Введение

В современной технике немаловажную роль играет обработка сигналов. Практически во всех технических системах присутствуют сигналы или они с ними работают. Практически все сигналы подвержены эффектам зашумления и искажения. Цифровая обработка сигналов нужна для устранения интерференции или шумов, получения спектра данных и преобразования сигнала в более удобную форму. Алгоритмы эквализации являются эффективным подходом для обработки сигналов. Эквалайзеры позволяют устранять шумы и искажения сигналов. Роль эквализации в цифровой обработке сигналов заключается в коррекции амплитудно-частотных характеристик сигнала. Эквализация позволяет изменить уровни различных частотных компонентов сигнала, что может быть полезно для улучшения качества звука, устранения искажений, компенсации потерь при передаче сигнала по каналам связи и других целях. Эквализация может быть использована как для усиления, так и для ослабления определенных частотных компонентов сигнала в зависимости от конкретной задачи. Также они полезны для борьбы с эффектом межсимвольной интерференции и прочих искажений, которые характерны для систем беспроводной

связи.

Данная работа посвящена исследованию алгоритмов эквалаизации в задаче фильтрации сигналов. Будут рассмотрены линейные и нелинейные эквалайзеры. Особое внимание будет уделено применению линейных эквалайзеров.

## 2. Классификация эквалайзеров

Глобально алгоритмы эквалаизации подразделяются на линейные и нелинейные. Линейный или нелинейный определяется тем, как выход (адаптивного) эквалайзера используется для последующего управления (обратной связи) этим же эквалайзером. Для реализации линейных и нелинейных эквалайзеров используется множество структур фильтров. Кроме того, для каждой структуры существует множество алгоритмов, используемых для адаптации эквалайзера. Ниже представлена общая классификация методов эквалайзера в соответствии с используемыми типами, структурами и алгоритмами.

Линейные эквалайзеры:

- трансверсальный эквалайзер,
- решетчатый эквалайзер.

Нелинейные эквалайзеры:

- эквалаизация с обратной связью по принятию решений,
- обнаружение символа с максимальным правдоподобием,
- оценка последовательности с максимальным правдоподобием.

### 2.1. Трансверсальный эквалайзер

Наиболее распространенной структурой эквалайзера является линейный трансверсальный эквалайзер (linear transversal equalizer – LTE). Линейный поперечный фильтр состоит из ответвленных линий задержки, причем ответвления расположены на расстоянии периода символа  $T_s$  друг от друга. Предполагая, что элементы задержки имеют единичное усиление и задержку  $T_s$ , передаточное отношение линейного поперечного эквалайзера может быть записано как функция оператор задержки  $e^{-j\omega T_s}$  или  $z^{-1}$ . Простейший LTE использует только прямые отводы, а передаточная функция фильтра эквалайзера представляет собой многочлен в  $z^{-1}$ . Этот фильтр имеет много нулей, но полюса только при  $z = 0$ , и называется фильтром с конечной импульсной характеристикой или просто поперечным фильтром. Если эквалайзер имеет как отводы прямой, так и обратной связи, его передаточная функция является рациональной функцией, равной  $z^{-1}$ , и называется фильтром с бесконечной импульсной характеристикой с полюсами и нулями. Поскольку фильтры с бесконечной импульсной характеристикой, как правило, неустойчивы при использовании в каналах, где самый сильный импульс поступает после эхо-импульса (то есть опережающих эхо-сигналов), они используются редко.

Линейный эквалайзер может быть реализован в виде фильтра конечной импульсной характеристики, известного также как трансверсальный фильтр. Этот тип эквалайзера является самым простым из существующих. В таком эквалайзере текущее и прошлые значения принимаемого сигнала линейно взвешиваются коэффициентом фильтра и суммируются для получения выходного сигнала, как показано на рис. 1. Если задержки и коэффициенты усиления аналоговые, то непрерывный выход эквалайзера дискретизируется с символьной частотой, и эти дискреты подаются на устройство принятия решений. На выходе этого трансверсального фильтра до принятия решения (определения порога) [1]

$$\hat{d}_k = \sum_{n=-N_1}^{N_2} (c_n^*) y_{k-n},$$

где  $c_n^*$  – комплексные коэффициенты фильтра или веса ответвлений,  $\hat{d}_k$  – выходной сигнал в момент времени с индексом  $k$ ,  $y_i$  – входной принимаемый сигнал в момент времени  $t_0 + iT$ ,  $t_0$  – время начала работы эквалайзера,  $N = N_1 + N_2 + 1$  – количество ответвлений. Величины  $N_1$  и  $N_2$  обозначают количество ступеней, используемых в прямой и обратной частях эквалайзера, соответственно. Минимальная среднеквадратичная ошибка  $E[|e(n)|^2]$ , которую может достичь линейный трансверсальный эквалайзер равна [2]

$$E[|e(n)|^2] = \frac{T}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} \frac{N_0}{|F(e^{j\omega T})|_2 + N_0},$$

где  $F(e^{j\omega T})$  – частотная характеристика канала, а  $N_0$  – спектральная плотность шума.

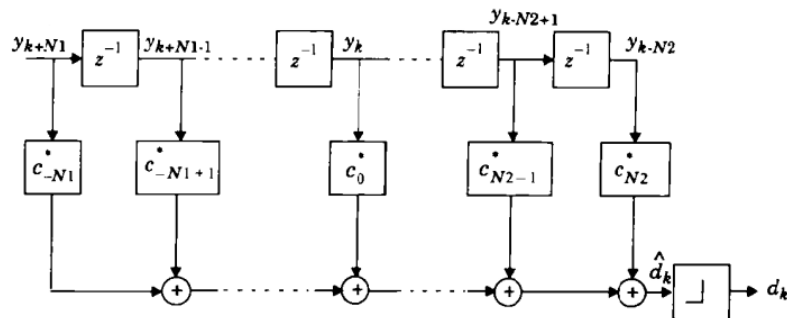


Рис. 1. Структура линейного трансверсального эквалайзера [3]

## 2.2. Решетчатый эквалайзер

Линейный эквалайзер также может быть реализован в виде решетчатого фильтра (lattice filter), структура которого показана на рис. 2. Входной сигнал  $y_k$  преобразуется в набор из  $N$  промежуточных прямых и обратных сигналов ошибок,  $f_n(k)$  и  $b_n(k)$  соответственно, которые используются в качестве входов в перемножители и применяются для вычисления обновленных коэффициентов.

Каждая ступень решетки характеризуется следующими рекурсивными уравнениями[3]:

$$f_1(k) = b_1(k) = y(k),$$

$$f_n(k) = y(k) - \sum_{i=1}^n K_i y(k-i) = f_{n-1}(k) + K_{n-1}(k)b_{n-1}(k-1),$$

$$b_n(k) = y(k-n) - \sum_{i=1}^n K_i y(k-n+i) = b_{n-1}(k-1) + K_{n-1}(k)f_{n-1}(k),$$

где  $K_n(k)$  – коэффициент отражения для  $n$ -ой ступени решетки. Обратные сигналы ошибки используются в качестве входных данных для весов ответвления, а выход эквалайзера определяется следующим образом

$$\hat{d}_k = \sum_{n=1}^N c_n(k)b_n(k).$$

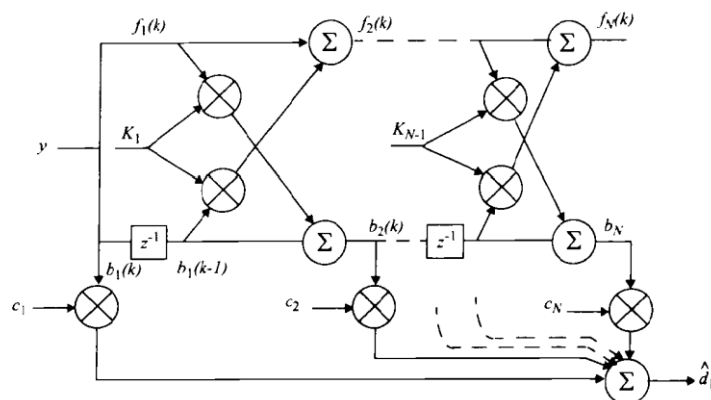


Рис. 2. Структура решетчатого эквалайзера [4]

Два основных преимущества решетчатого эквалайзера – численная устойчивость и быстрая сходимость. Кроме того, уникальная структура решетчатого фильтра позволяет динамически назначать наиболее эффективную длину решетчатого эквалайзера. Таким образом, если канал не очень сильно диспергирован по времени, используется только часть ступеней. Когда канал становится более дисперсионным по времени, длина эквалайзера может быть увеличена алгоритмом без остановки работы эквалайзера. Однако структура решетчатого эквалайзера сложнее, чем линейного трансверсального эквалайзера.

### 3. Результаты

Трансверсальный эквалайзер обычно эффективнее в задачах, связанных с коррекцией временных искажений в сигналах, таких как многолучевое распространение искажений в беспроводных каналах связи. Он может быть

использован для компенсации временных задержек между различными компонентами сигнала.

С другой стороны, решетчатый эквалайзер часто более эффективен в задачах, связанных с коррекцией частотных искажений в сигналах, например, при работе с широкополосными сигналами или сигналами, передаваемыми через каналы с переменной пропускной способностью. Он может быть использован для компенсации частотных искажений и улучшения качества передаваемого сигнала.

Исходя из сказанного выше, для дальнейшей работы предпочтительнее выбрать эквалайзер на основе решетчатого фильтра - решетчатый эквалайзер.

Был задан синусоидальный сигнал  $y = \sin(2\pi \cdot 0.75t(1-t) + 2.1) + 0.1 \cdot \sin(2\pi \cdot 1.25t + 1) + 0.18 \cdot \sin(2\pi \cdot 3.85t)$  с добавлением белого шума и настроены коэффициенты фильтра имели следующие значения  $c = [0.1, 0.15, 0.18, 0.13, 0.08, 0.15, 0.1]$ . Результаты эксперимента представлены на рис. 3.

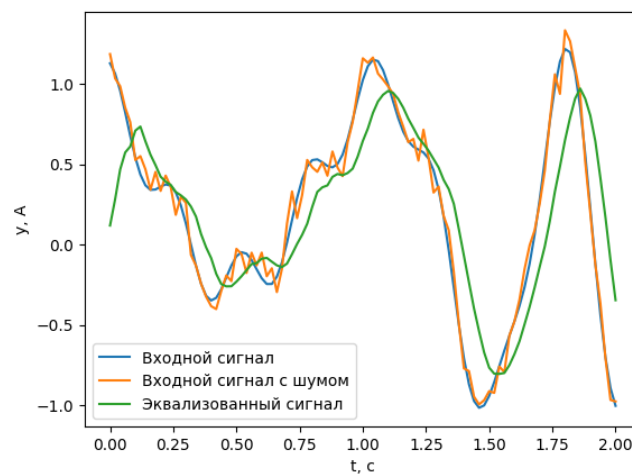


Рис. 3. Экваллизация сигнала

## 4. Заключение

В результате эксперимента удалось убрать шум в сигнале. Однако, как видно из графика, произошло смещение по фазе. В поисках лучшего результата планируется рассмотреть нелинейные и адаптивные подходы к экваллизации. Объектами дальнейших исследований будут адаптивные и нелинейных эквалайзеры.

Исследование выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, госзадание № 2019-0898.

## Список литературы

1. Korn I. Digital Communications. Van Nostrand Reinhold, 1985.
2. Proakis J.G. Digital Communications. New York: McGraw-Hill, 1989.
3. Theodore S. Rappaport, Wireless communications principles and practice. Prentice Hall PTR, 2002.
4. Proakis J. Adaptive Equalization for TDMA Digital Mobile Radio // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 1991. Vol. 40, No. 2. P. 333-341.