

УДК 681.51

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ПЕШЕХОДНЫХ МОСТОВ НА ПРИМЕРЕ МОСТА МИЛЛЕНИУМ

Ю.С. Зайцева

Институт проблем машиноведения РАН

Россия, 199178, Санкт-Петербург, Большой пр. В.О., 61

E-mail: iuliia.zaitceva.ipme@gmail.com

А.Л. Фрадков

Институт проблем машиноведения РАН

Россия, 199178, Санкт-Петербург, Большой пр. В.О., 61

E-mail: alexander.fradkov@gmail.com

Ключевые слова: танцующий мост, человек в контуре управления, модель динамики человека, человеко-машинные системы, поперечные колебания, гашение колебаний.

Аннотация: При проектировании капитальных строений, таких как мосты, лестницы, помосты, рассчитывают величины общих усилий, действующих в различных точках и плоскостях. Однако, произошедшие крушения пешеходных мостов по причине возникших колебаний конструкции, указывают на то, что принятый подход не является исчерпывающим, и требуются дополнительные исследования с учетом динамики пешеходов. В связи с чем, в данной работе представлен новый подход к моделированию системы пешеход-мост, при котором модель пешехода основана на рефлекторной способности человека сохранять равновесие при хождении. Такое представление позволяет проводить анализ колебаний моста, вызванных пешеходами, в продольном и поперечном направлении. На основе моделирования системы мост-пешеход получены зависимости амплитуд колебаний моста от времени при различных параметрах модели пешехода и жесткости опор.

1. Введение

Не смотря на ряд инцидентов, произошедших с мостами в течение последнего столетия, интерес к изучению причин колебаний пешеходных мостов с новой силой возник после возведения пешеходного моста Миллениум в Лондоне в 2000 г., после открытия которого были зафиксированы поперечные колебания достаточно ощутимой для пешеходов амплитуды [1]. Как отмечено в [2], из-за тенденции к возведению длинных пролетов с уменьшенной жесткостью пролетных строений балочные мосты по своей динамике приблизились к вантовым и висячим мостам, к которым относится и мост Миллениум. Происходящее в современное время,

это событие позволило провести натурные эксперименты и собрать обширные данные параметров колебаний конструкции моста. После анализа этих данных, сопоставления собственных частот конструкции и шага человека, ученые пришли к выводу, что возможными причинами возникновения колебаний являются не только резонанс и синхронный шаг пешеходов [3]. Одним из первых эти причины поставил под сомнение лауреат Нобелевской премии Б. Джозефсон, предположив, что проблема возникновения колебаний связана с тем, что люди пытаются балансировать на подвижной поверхности, прикладывая к этому излишнее усилие, чем еще больше раскачивают ее [1].

К 2005 году вышло много работ, посвященных детальному изучению возможных вариантов походки человека, анализу динамики моста и его колебаниям, собранных в обзоре [4]. Новый взгляд на проблему раскачивания моста Миллениум представлен в работе [3], где причины раскачивания моста объясняются появлением сил отрицательного демпфирования, которые возникают при некотором критическом количестве пешеходов. Полученное авторами выражение для полного эффективного коэффициента демпфирования моста с N пешеходами зависит от частоты шага пешехода, а также от массы, жесткости и частоты колебаний моста.

Целью данной работы является развитие подхода к моделированию и анализа динамики пешеходного моста методами теории автоматического управления. Мотивация этого исследования связана с возможностями дополнительного анализа колебаний и устойчивости строений при различных внешних воздействиях, проектирования механических и электромеханических управляемых демпферов.

2. Модель системы мост-пешеход

В данной работе рассматривается конструкция моста с жесткими опорами, колебания которой возникают в поперечном направлении, то есть мост отклоняется на некоторый угол относительно продольной оси, направленной вдоль пролета, под действием усилий, передаваемых пешеходами. Полная модель системы состоит из моделей моста и пешехода, находящегося в замкнутом контуре.

2.1. Модель моста

Математическая модель моста, используемая в данной работе, получена на основе стандартных уравнений Лагранжа второго рода и описывает угловое движение моста следующим образом [5]:

$$(1) \quad J_z \ddot{\varphi} + 2Kl^2 \dot{\varphi} = F_x,$$

где J_z – момент инерции относительно продольной оси, φ – угол наклона моста в поперечной плоскости, K – жесткость опор, $2l$ – ширина моста, F_x – проекция усилия пешехода в поперечном направлении.

Из (1) передаточная функция от усилия пешехода к углу поворота моста записывается как:

$$(2) \quad W(s) = \frac{1}{J_z s^2 + 2Kl^2}.$$

Модель углового движения (2) не содержит диссипативной составляющей, по сравнению с моделями линейного смещения, используемыми предшественниками, что с одной стороны лишает возможности оценки реакции на динамическое возбуждение вблизи резонанса, с другой стороны – позволяет подойти к решению проблемы с другой точки зрения. Заметим, что получить точное представление о демпфировании конструкции возможно лишь экспериментально, подав на вход возбуждение, которое генерирует резонанс. Не мало важным является тот факт, что в современных конструкциях силы трения в их узлах сведены к минимуму, а демпфирование в стальных мостах меньше 0.5% [6].

2.2. Модель пешехода

Локомоция на длительном интервале времени близка к периодическим движениям, что было подтверждено экспериментами [4]. Во многих работах усилие стопы, создаваемое человеком, представляют в следующем виде [4, 7]:

$$(3) \quad F(t) = G + \sum_{i=1}^n G\alpha_i \sin(2\pi i f t - \phi_i),$$

где G – вес пешехода, α – коэффициент Фурье i -ой гармоники, f – частота, ϕ_i – фазовый сдвиг i -ой гармоники. Численное значение $F(t)$ зависит от интенсивности шага и во время бега достигает максимальных значений.

При передвижении у человека задействованы зрительный, вестибулярный и проприоцептивный стимулы восприятия информации [8, 9]. После поступления информации к стимулу восприятия для принятия решения и выработки действий сигнал проходит через нейромускулярное волокно, в результате чего на выходе появляется сила (3). Предположим, что удержание равновесия на подвижной поверхности является первоочередной задачей человека и тогда проприоцептивный канал можно не учитывать. На основе вышесказанного, согласно структурному представлению стимулов восприятия информации [8, 9], передаточная функция от усилия, создаваемого пешеходом, к углу его отклонения по вертикали аппроксимирована в ледующем виде:

$$(4) \quad W_p(s) = K_\phi s \frac{K_\phi e^{-\tau s}}{T_1 s^2 + T_2 s + 1},$$

где $T_1 = 1/\omega^2$, $T_2 = 2\xi/\omega$; ξ и ω – коэффициент демпфирования и собственная частота в модели нейромускулярной динамики, τ – время запаздывания в вестибулярном канале, K_ϕ и K_ϕ – коэффициенты усиления в визуальном и вестибулярном канале центральной нервной системы человека, зависящие от скорости его передвижения. Так, чтобы преодолеть подвижную поверхность, требуется меньше усилий, если передвигаться быстро.

Кинематические соотношения, поясняющие организацию каналов восприятия информации:

$$(5) \quad e_\varphi(t) = \varphi^*(t) - \varphi(t), \quad e_{\dot{\varphi}}(t) = K_\varphi \dot{\varphi}^*(t) - \dot{\varphi}(t),$$

где e_φ и $e_{\dot{\varphi}}$ – рассогласование между фактическим углом и угловой скоростью отклонения моста и пешехода, соответственно. Таким образом, пешеход находится в замкнутом контуре «управления» мостом.

3. Результаты компьютерного моделирования

Для компьютерного моделирования параметры моста взяты из работ [3,10]: масса $M = 81$ т, жесткость $K = 3.3 \cdot 10^6$ кг/с², ширина пролета $2l = 4$ м. Параметры пешехода выбраны следующими: средние амплитуда $A_p = 7$ град и частота шага $\omega_p = 0.86$ Гц; параметры нейромускулярной модели: $\omega = 30$, $\xi = 0.7$, $K_\varphi = 0.1$, $K_{\dot{\varphi}} = 50$.

Точное воспроизведение процесса раскачки системы осложняется тем фактом, что при достижении некоторой некомфортной для пешеходов амплитуды колебаний моста они прекращают идти. В связи с этим, предполагается, что порог некомфортной амплитуды составляет 10-15 см, после чего, пешеход, скорее всего, остановится. На рис. 1 показаны результаты моделирования при различных параметрах модели пешехода. Видна зависимость амплитуды колебаний моста от количества пешеходов, частоты шагов и времени запаздывания в вестибулярной системе. Уменьшение частоты шага пешехода может предотвратить раскачку моста (рис. 2а), как и увеличение жесткости опор (рис. 2б).

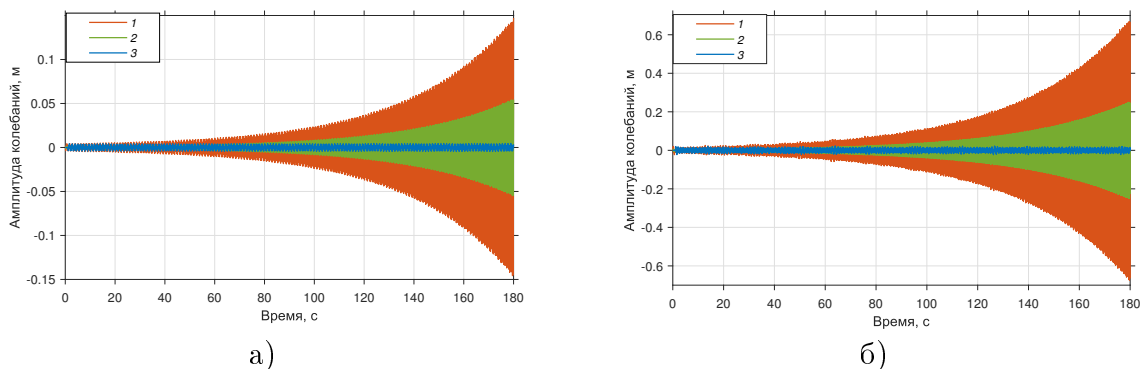


Рис. 1. Изменение амплитуды колебаний моста во времени при различном количестве пешеходов и времени запаздывания в вестибулярном канале: 1 – 150 чел. и $\tau = 0$; 2 – 50 чел. и $\tau = 0$; 3 – 150 чел. и $\tau = 1$ с; шаг пешеходов меняется согласно следующему выражению а) $7 \sin(5.4t)$, б) $10 \sin(5.4t) + 7 \sin(4.5t) + 10 \sin(6.4t) + 8 \sin(6t) + 5 \sin(4t)$

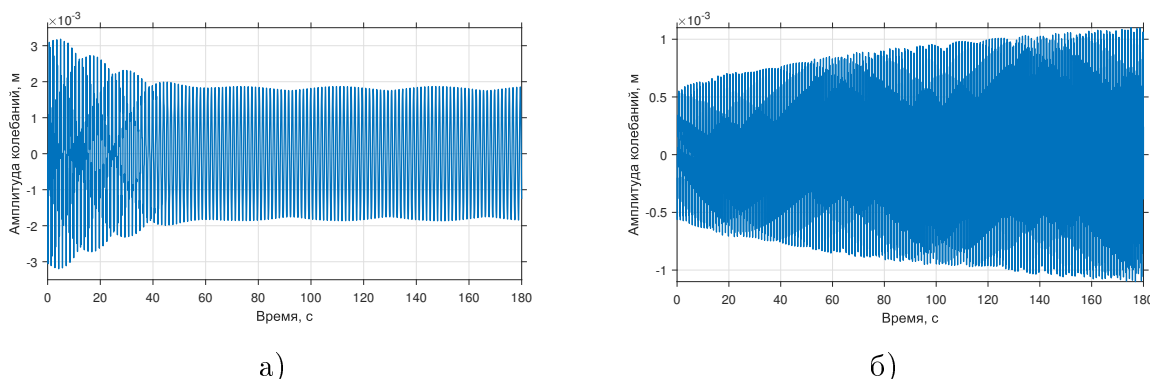


Рис. 2. Изменение амплитуды колебаний моста во времени при 150 пешеходах и а) уменьшении средней частоты пешехода до 4.6 рад/с; б) увеличении жесткости опор в 10 раз

4. Заключение

Предложенный новый подход моделирования системы мост-пешеход позволяет оценить критическое число пешеходов, способных раскачать мост, и соответствующую величину жесткости его опор. Результаты моделирования при снижении интенсивности шага пешеходов и шаг в противофазе с колебаниями моста демонстрируют низкий уровень амплитуды колебаний в пределах единиц миллиметра, что подтверждает адекватность модели системы, хотя она и требует уточнений параметров. Практическая применимость результатов исследования возможна не только в области проектирования и анализа динамики мостов, но и может быть распространена на другие конструкции, подверженные раскачке пешеходами.

Список литературы

1. Dallard P., Fitzpatrick T., Flint A.J.A., Le Bourva S., Low A., Ridsdill R.M., Willford M. The London Millennium Footbridge // *The Structural Engineering*. 2001. Vol. 79, Issue 9. P. 17–33.
2. Овчинников И.И., Овчинников И.Г., Филиппова В.О. Насколько уникальны колебания Волгоградского моста? Техническое регулирование в транспортном строительстве. 2015. № 6(14). С. 81–91.
3. Belykh I., Bocian M., Champneys A.R., Daley K., Jeter R., Macdonald J.H.G., McRobie A. Emergence of the London Millenium Bridge instability without synchronization // *Nature Communications*. 2021. No. 12. P. 1–14.
4. Živanović S., Pavić A., Reynolds P. Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review // *Journal of Sound and Vibration*. 2005. Vol. 279. P. 1–74.
5. Chopra, A.K. *Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering*. Englewood Clis, N.J.: Prentice-Hall, 1995. 763 p.
6. Wyatt T.A. Mechanisms of damping, in: *Proc. of the DOE and DOT TRRL Symposium on Dynamic Behaviour of Bridges*. Crowthorne, UK, May 19, 1977. P. 10–19.
7. Bachmann H., Pretlove A.J., Rainer H. Dynamic forces from rhythmical human body motions, in: *Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines*. Basel: Birkhauser, 1995. 234 p.
8. Hess R.A. *A Model-Based Theory for Analyzing Human Control Behavior* // *Advances in Man-Machine Systems Research* / Ed. by W.B. Rouse. JAI Press, Inc., 1985.
9. Ефремов А.В., Оглоблин А.В., Предтеченский А.Н., Родченко В.В. *Летчик как динамическая система*. Москва: Машиностроение, 1992. 336 с.
10. Han H., Zhou D., Ji T., Zhang J. Modelling of lateral forces generated by pedestrians walking across footbridges // *Applied Mathematical Modelling*. 2021. Vol. 89. P. 1775–1791.