УДК УДК 531.36; 62-50

ОПТИМАЛЬНОЕ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ УПРАВЛЕНИЕ ОБРАТНЫМ МАЯТНИКОМ С ПОМОЩЬЮ ДИНАМИЧЕСКОГО ГАСИТЕЛЯ

И.М. Ананьевский

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

Россия, 119526, Москва, пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1

E-mail: anan@ipmnet.ru

Ключевые слова: оптимальное управление, задача быстродействия, обратный маятник, динамический гаситель.

Аннотация: Рассматривается линейная управляемая механическая система четвертого порядка, которая может служить математической моделью линеаризованного обратного маятника, управляемого с помощью активного динамического гасителя. В качестве управляющей величины выступает ограниченная по модулю сила взаимодействия маятника и гасителя. На основе принципа максимума Понтрягина решена задача синтеза оптимального управления, приводящего систему в состояние покоя за минимальное время.

1. Введение

Рассматривается линейная управляемая система четвертого порядка, которая описывает в линейном приближении динамику перевернутого маятника с активным динамическим гасителем. Такая механическая конструкция состоит из вертикально стоящего невесомого жесткого стержня с закрепленным на конце грузом m_1 (маятника), а также массы m_2 (динамического гасителя). Масса m_2 может перемещаться вдоль горизонтальной направляющей (рис. 1).

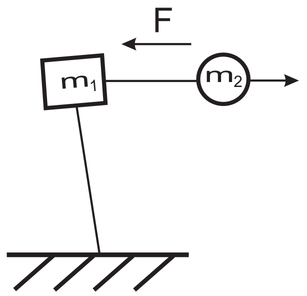

Рис. 1. Обратный маятник с динамическим гасителем

В качестве управляющей переменной выступает сила взаимодействия F между грузом m_1 и массой m_2. Отклонения маятника от вертикального состояния предполагаются малыми, поэтому динамика системы рассматривается в линейном приближении. На модуль управляющей силы F наложено ограничение. Требуется за минимальное время привести маятник в вертикальное положении и остановить массу гасителя m_2 в заданной точке горизонтальной направляющей.

Аналогичная задача управления для системы с обычным линейным маятником была рассмотрена в работе [1].

2. Уравнения движения

Уравнения движения системы имеют вид

$$m_1\ddot{\xi}_1 - k\xi_1 = -F, \quad m_2\ddot{\xi}_2 = F. \tag{1}$$

Здесь ξ_1 – смещение массы m_1 от нулевого состояния покоя, ξ_2 – смещение массы m_2. На управляющую силу наложено ограничение

$$|F| \leqslant F_0, \quad F_0 > 0. \tag{2}$$

В безразмерных переменных система (1) приводится к виду

$$\begin{aligned} \dot{x} =& -x - u, \\ \dot{y} =& y - u, \\ \dot{v} =& u, \\ \dot{z} =& v, \end{aligned} \tag{3}$$

а ограничения (2) принимают форму

$$|u| \leqslant 1. \tag{4}$$

Рассматриваемая задача теперь может быть сформулирована следующим образом.

Задача 1. *Найти управление в форме обратной связи, т.е. как функцию $u(x, y, v, z)$, которое удовлетворяет условию* (4) *и обеспечивает приведение системы* (3) *в начало координат за минимальное время.*

3. Алгоритм решения

Сформулированная задача синтеза оптимального управления решается в три этапа. Сначала рассматривается вспомогательная задача оптимального по быстродействию приведения в нуль редуцированной системы, состоящей только из первых двух уравнений системы (3):

$$\begin{aligned} \dot{x} =& -x - u, \\ \dot{y} =& y - u. \end{aligned}$$

Затем к этой редуцированной системе добавляется третье уравнение системы (3) и строится управление с обратной связью, обеспечивающее приведение за минимальное время системы

$$\begin{aligned}\dot{x} =& -x-u,\\ \dot{y} =& y-u,\\ \dot{v} =& u\end{aligned}$$

в начало координат фазового пространства x, y, v. На последнем этапе решается задача 1 для полной системы (3).

Все три рассматриваемые системы удовлетворяют критерию управляемости Калмана [2], а решение всех трех задач оптимального управления основано на принципе максимума Понтрягина [3]. Последовательно для каждой системы получены уравнения множеств, на которых происходит переключение управления, и описаны области фазового пространства, где оптимальное управление принимает значение $+1$ или -1. Особенность применяемого подхода заключается в том, что на каждом этапе добавляется уравнение относительно фазовой переменной, которая не входит в предыдущие уравнения. Это обстоятельство дает возможность использовать решение задачи оптимального быстродействия, полученной для системы меньшей размерности, при построении управления расширенной системой с присоединенным уравнением.

4. Заключение

Предложен подход к решению задач оптимального быстродействия для некоторых линейных динамических систем. С его помощью решена задача синтеза оптимального по быстродействию управления для линейной механической системы четвертого порядка. Такая система может служить математической моделью линеаризованного обратного маятника, управляемого с помощью активного динамического гасителя.

Исследование выполнено по теме государственного задания (№ госрегистрации 123021700055-6).

Список литературы

1. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н. Управление колебаниями. М.: Наука, 1980. 383 с.
2. Kalman R.E. On the General Theory of Control Systems // Proceedings of the First International Congress on Automatic Control. Butterworth, London, 1960. P. 481-493.
3. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969. 384 с.