УДК 62.50

СИНТЕЗ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ БЕЗДАТЧИКОВЫМ МАНИПУЛЯТОРОМ

А.С. Антипов
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: scholess18@mail.ru

Д.В. Краснов
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: dim93kr@mail.ru

Ключевые слова: манипулятор с гибкими шарнирами, слежение, параметрические и внешние возмущения, линеаризация обратной связью, двухконтурный наблюдатель.

Аннотация: Для многозвенного полноприводного бездатчикового манипулятора, функционирующего в условиях параметрической неопределенности и действия внешних возмущений, разработана инвариантная система отслеживания заданных траекторий обобщенный координат манипулятора. На основе представления модели объекта в блочной форме «вход–выход» относительно смешанных переменных (функций от переменных состояния, внешних воздействий и их производных) предложен комбинированный закон управления для случая, когда входная матрица аддитивно содержит неопределенные элементы. Для информационного обеспечения разработан двухконтурный наблюдатель с кусочно-линейными корректирующими воздействиями, дающий оценки сначала обобщенных координат манипулятора, а потом – смешанных переменных с заданной точностью.

1. Введение

Для объектов с несогласованными гладкими возмущениями, к которым можно отнести и производные задающих воздействий, универсальный подход к разработке алгоритмов управления опирается на свойство плоских систем [1], а именно, преобразование в каноническую [2] или блочную [3] форму «вход–выход». Главное преимущество этого метода заключается в том, что в каноническом базисе смешанных переменных, которые формируются при последовательном дифференцировании выходных переменных (ошибок слежения), все неопределенности будут действовать по одним и тем же каналам с управлениями, т.е. станут согласованными. Форма «вход–выход» наблюдаема относительно ошибок слежения, поэтому ее можно использовать как основу для построения наблюдателя смешанных переменных, если ошибки слежения измеряются. Таким образом, и задача слежения, и задача наблюдения будут решаться в одном и том же координатном базисе смешанных переменных. Это упрощает структуру регулятора, так как прямые и обратные замены переменных в реальном времени выполнять не потребуется.

Стратегия, которая будет осуществляться в данной работе, заключается в том, чтобы восстановить с помощью двухконтурного наблюдателя сначала неизмеряемые обобщенные координаты манипулятора, а потом – смешанные переменные (в том числе возмущения). Тогда можно будет применить комбинированное управление, состоящее из двух компонент. Первая компонента позволяет компенсировать действие согласованных возмущений, используя их оценки. Вторая компонента, которая стабилизирует ошибки слежения, может быть сформирована в виде стандартной линейной обратной связи с использованием оценок смешанных переменных. У этой стратегии есть два ограничения. Во-первых, большинство известных подходов к синтезу наблюдателей возмущений предназначены для оценивания гладких неопределенностей конкретного класса и требуют дополнительного расширения пространства состояний за счет динамики возмущений [2,4-5]. Во-вторых, для компенсации возмущений нужно, чтобы матрица управления в канонической системе была точно известна. При определенных условиях эту проблему можно решить, если аддитивно выделить номинальную матрицу управления, которая будет зависеть от измеряемых или наблюдаемых сигналов, а неопределенную компоненту отнести к возмущениям [2]. Именно такая реализация будет рассматриваться в данной работе.

2. Модель объекта управления. Постановка задачи

Математическая модель полноприводного манипулятора с гибкими шарнирами и n степенями свободы включает модель механической и электрической подсистем. Без учета динамики контура тока она имеет вид [2]

(1) $$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = H^{-1}(x_1)[K(x_3 - x_1) - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1) + f_2(t)];$$

(2) $$\dot{x}_3 = x_4, \dot{x}_4 = J^{-1}(u - Dx_4 - K(x_3 - x_1)),$$

где $x_1 = (x_{11}, \dots, x_{1n})^{\mathrm{T}}$, $x_2 = (x_{21}, \dots, x_{2n})^{\mathrm{T}}$ – векторы обобщенных координат и скоростей манипулятора, $x_3 = (x_{31}, \dots, x_{3n})^{\mathrm{T}}$, $x_4 = (x_{41}, \dots, x_{4n})^{\mathrm{T}}$ – векторы угловых положений и скоростей валов редукторов; матрицы инерции $H(x_1)$, центростремительных и кориолисовых сил $C(x_1, x_2)$ и вектор гравитационных сил $G(x_1)$ содержат неизвестные параметры; (2) K, J, D – диагональные матрицы с положительными известными элементами – коэффициентами крутильной жесткости, приведенными моментами инерции на валах редукторов и коэффициентами вязкого демпфирования соответственно; $f_2(t)$ – неконтролируемые моменты, которые рассматриваются как внешние ограниченные и гладкие возмущения. Они являются несогласованными, т.е. действуют по разным каналам с управлением u (током якоря). Предполагается, что манипулятор не имеет датчиков, измеряются только угловые положения $x_3(t)$ и скорости $x_4(t)$ валов редукторов, шумы в измерениях отсутствуют.

В указанных предположениях для системы (1)–(2) ставится задача синтеза управления в форме динамической обратной связи, обеспечивающего в замкнутой системе отслеживание выходными переменными $x_1(t)$ задающих воздействий $g(t) = (g_1(t), \dots, g_n(t))^{\mathrm{T}}$, где $g_j(t), j = \overline{1, n}$ – гладкие и допустимые функции времени. Они поступают в систему управления в виде сигналов из автономного источника, их аналитическое описание не известно. Производные заданий до четвертого порядка включительно также являются допустимыми, но неизвестными функциями времени.

Перечислим условия, необходимые и достаточные для преобразования системы (1), (2) в блочно-каноническую форму «вход–выход», где вектор u является входом, а вектор обобщенных координат x_1 или ошибок слежения $e_1 = x_1 - g$ – выходом:

- элементы матриц $H^{-1}(x_1), C(x_1, x_2)$ и векторов $G(x_1), f_2(t)$ должны быть дважды дифференцируемыми по всем аргументам;
- матрицы $H^{-1}(x_1), K, J^{-1}$ должны быть невырожденными во всех допустимых диапазонах неопределенных параметров, в частности

(3) $$B(x_1) = H^{-1}(x_1)KJ^{-1}, \det B(x_1) \neq 0, \mathrm{x}_1 \in X,$$

тогда система (1) является управляемой и наблюдаемой относительно выхода x_1.

Пусть для системы (1), (2) указанные условия выполняются и ее можно преобразовать к блочно-канонической форме «вход–выход». Как будет показано в следующем разделе, в этой форме матрица управления имеет вид (3). Предположим, что эту матрицу можно представить как $B = B_0 + \hat{B}$, где B_0 – номинальная матрица с известными параметрами, $\hat{B}$ – неопределенная матрица с ограниченными элементами.

Для того чтобы избежать выполнения громоздких вычислений в реальном времени, а также обеспечить инвариантность по отношению к согласованным возмущениям в условиях неопределенной матрицы управления (3) предлагается использовать комбинированное управление, а также наблюдатель обобщенных координат манипулятора и смешанных переменных.

3. Синтез комбинированного управления

Для преобразования к блочной форме «вход–выход» введем замены переменных

(4) $$e_1 = x_1 - g, e_2 = x_2 - \dot{g} + K_1 e_1, e_3 = H^{-1}(x_1)Kx_3 + w_2 + K_2 e_2,$$
$$e_4 = H^{-1}(x_1)Kx_4 + w_3 + K_3 e_3,$$

где $e_i \in R^n$ – смешанные переменные (функций от переменных состояния, внешних воздействий и их производных),

$$w_2 = H^{-1}(x_1)[-Kx_1 - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1) + f_1(t)] - \ddot{g}(t) + K_1(x_2 - \dot{g}(t)),$$
$$w_3 = \frac{d}{dt}(H^{-1}(x_1)K)x_3 + \frac{d}{dt}(w_2 + K_2 e_2).$$

Тогда с учетом (3) замена (4) приводит систему (1)–(2) к блочной форме «вход–выход» с линейными локальными связями

(5) $$\dot{e}_1 = -K_1 e_1 + e_2, \dot{e}_2 = -K_2 e_2 + e_3, \dot{e}_3 = -K_3 e_3 + e_4, \dot{e}_4 = B_0(x_1)u + e_5.$$

Важно, что в системе (5) вектор $e_5(t)$, который зависит, в том числе от $f_2(t)$, $\ddot{f}_2(t)$, $g(t), g^{(i)}(t), i = \overline{1,4}$, действует по одним каналам с управлением. В него включены не только внешние, но и параметрические возмущения. Предполагается, что элементы этого вектора ограничены по модулю известными константами:

$$e_5 = \hat{B}(x_1)u + H^{-1}(x_1)KJ^{-1}(-Dx_4 - K(x_3 - x_1) + f_2(t)) + \frac{d}{dt}(H^{-1}(x_1)K)x_4 +$$
$$+\frac{d}{dt}(w_3 + K_3 e_3), e_5 = (e_{51}, \ldots, e_{5n})^{\mathrm{T}}, |e_{5j}(t)| \le \bar{E}_{5j}, j = \overline{1,n}, t \ge 0.$$

В предположении, что для управления доступны все сигналы, для компенсации возмущений $e_5(t)$ в системе (5) используем метод линеаризации обратной связью [7]:

(6) $$u = -B_0^{-1}(x_1)(K_4 e_4 + e_5).$$

В результате приходим к устойчивой замкнутой системе (5), (6):

$$\dot{e}_1 = -K_1 e_1 + e_2, \dot{e}_2 = -K_2 e_2 + e_3, \dot{e}_3 = -K_3 e_3 + e_4, \dot{e}_4 = -K_4 e_4,$$

где $K_i = \mathrm{diag}(k_{ij}), k_{ij} = \mathrm{const} > 0, i = \overline{1,4}, j = \overline{1,n}$ – коэффициенты регулятора.

4. Синтез двухконтурного наблюдателя

Для реализации закона комбинированного управления (6) в условиях неполных измерений построим двухконтурный наблюдатель. Его первый контур позволит получить оценку $x_1(t)$, второй – оценки $e_4(t)$, $e_5(t)$. Используя известные сигналы $x_3(t)$, $x_4(t)$, $u(t)$, составим динамическую модель наблюдателя для первого контура на основе второго уравнения подсистемы (2) в следующем виде:

(7) $$\dot{z} = J^{-1}(u - Dx_4 - Kx_3) + v,$$

где $z \in R^n$ – вектор состояния, $v \in R^n$ – вектор корректирующих воздействий наблюдателя. Введем ошибку наблюдения $\varepsilon = x_4 - z \in R^n$ и с учетом (2), (7) запишем для нее дифференциальное уравнение

(8) $$\dot{\varepsilon} = J^{-1}Kx_1 - v, z(0) = x_4(0) \Rightarrow \varepsilon(0) = \vec{0}.$$

В виртуальной системе (8) $x_1(t)$ рассматривается как внешнее ограниченное возмущение $|x_{1j}(t)| \le X_{1j}, j = \overline{1,n}, t \ge 0$, $X_{1j} = \mathrm{const} > 0$ зависят от конфигурации робота.

Чтобы избежать всплесков оценочных сигналов, введем ограниченные кусочно-линейные корректирующие воздействия [6,8-9] как функции от измеряемой ошибки наблюдения $\varepsilon = x_4 - z \in R^n$

$$v = M\mathrm{sat}(L(x_4 - z)) = (m_1\mathrm{sat}(l_1\varepsilon_1), \dots, m_n\mathrm{sat}(l_n\varepsilon_n))^{\mathrm{T}},$$

$$M = \mathrm{diag}(m_j), L = \mathrm{diag}(l_j), m_j = \mathrm{const} > 0, l_j = \mathrm{const} > 0, j = \overline{1,n}.$$

$$m_j\mathrm{sat}(l_j\varepsilon_j) = \begin{bmatrix} m_j\mathrm{sign}(l_j\varepsilon_j), |\varepsilon_j| > 1/l_j, \\ m_jl_j\varepsilon_j, |\varepsilon_j| \le 1/l_j, j = \overline{1,n}. \end{bmatrix}$$

Параметры m_j и l_j выбираются так, чтобы обеспечить стабилизацию ошибки наблюдения и ее производной (8) с заданной точностью за заданное время [6]

$$|\varepsilon_j(t)| \le \beta, |\dot{\varepsilon}_j(t)| = |x_1(t) - v_j(t)| \le \alpha, t \ge T_0, j = \overline{1,n}.$$

Тогда искомую оценку переменной $x_1(t)$ можно получить с помощью корректирующего воздействия наблюдателя (7) как $x_1(t) \approx K^{-1}Jv(t), t \ge T_0$.

Для второго контура наблюдатель строится на основе блочной формы «вход-выход» (5) и полученной с помощью первого контура оценки $x_1(t)$. Этот наблюдатель имеет вид:

(9) $$\dot{z}_i = -K_iz_i + v_i, i = 1,2,3, \dot{z}_4 = B_0(x_1)u + v_4,$$

где $z_i \in R^n$ – переменные состояния, $v_i \in R^n$ – корректирующие воздействия наблюдателя. В силу (5), (9) для векторных ошибок наблюдения $\varepsilon_i = e_i - z_i \in R^n, i = \overline{1,4}$ получаем систему

(10) $$\dot{\varepsilon}_i = -K_i\varepsilon_i + e_{i+1} - v_i, i = 1, 2, 3, \dot{\varepsilon}_4 = e_5 - v_4,$$

где переменные $e_i(t), i = \overline{2,5}$ рассматриваются как ограниченные возмущения.

Как и для первого контура, для системы (10) используются кусочно-линейные корректирующие воздействия:

(11) $$\begin{aligned} &v_1 = M_1\mathrm{sat}(L_1(K^{-1}Jv - g - z_1)), v_i = M_i\mathrm{sat}(L_i(v_{i-1} - z_i)), i = 2, 3, 4, \\ &M_i = \mathrm{diag}(m_{ij}), L_i = \mathrm{diag}(l_{ij}), m_{ij} = \mathrm{const} > 0, l_{ij} = \mathrm{const} > 0. \end{aligned}$$

Настройка параметров наблюдателя выполняется так, чтобы последовательно обеспечить стабилизацию с заданной точностью переменных [6]

$$\varepsilon_1(t) \approx \vec{0}, \dot{\varepsilon}_1(t) \approx \vec{0} \Rightarrow v_1(t) \approx e_2(t), \varepsilon_i(t) \approx \vec{0}, \dot{\varepsilon}_i(t) \approx \vec{0} \Rightarrow v_i(t) \approx e_{i+1}(t), i = 2, 3, 4.$$

Суммарный динамический порядок двухконтурного наблюдателя (7), (9) равен $5n$. Он является минимально возможным. В замкнутой системе (1), (2) с измерениями $x_3(t)$, $x_4(t)$, $g(t)$ и динамической обратной связью закон управления (6) будет реализован в виде

$$u = -B_0^{-1}(K^{-1}Jv)(K_4v_3 + v_4).$$

При выбранных коэффициентах усиления k_{ij} для ошибки слежения в установившемся режиме имеем оценку:

$$|e_{1j}(t)| = |x_{1j}(t) - g_{1j}(t)| \le \frac{\bar{\gamma}_j}{k_{1j}k_{2j}k_{3j}k_{4j}}, t \to \infty, j = \overline{1,n},$$

где $|\gamma_j(t)| \le \bar{\gamma}_j, \bar{\gamma}_j = \mathrm{const} > 0$ – малые погрешности оценивания, $j = \overline{1,n}$.

По сравнению с ПИД-регулированием предложенный подход обеспечивает адаптацию к разным рабочим режимам объекта. Результаты численного моделирования для однозвенного бездатчикового манипулятора подтвердили его эффективность.

Список литературы

1. Belinskaya Yu.S., Chetverikov V.N. Covering method for point-to-point control of constrained flat system // IFAC-Papers OnLine. 2015. Vol. 48, No. 11. P. 924-929.
2. Wang H., Zhang Z., Tang X., Zhao Z., Yan Y. Continuous output feedback sliding mode control for underactuated flexible-joint robot // Journal of the Franklin Institute. 2022. Vol. 359. P. 7847-7865.
3. Антипов А.С., Краснов Д.В., Уткин А.В. Декомпозиционный синтез системы управления электромеханическими объектами в условиях неполной информации // Прикладная математика и механика. 2019. Т. 83, Вып. 4. С. 530-548.
4. Андриевский Б.Р., Фуртат И.Б. Наблюдатели возмущений: методы и приложения. Часть 1. Методы // Автоматика и телемеханика. 2020. № 9. С. 3-61.
5. Khalil H.K, Praly L. High-Gain Observers in Nonlinear Feedback Control // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2014. Vol. 24, No. 6. P. 993-1015.
6. Краснов Д.В., Антипов А.С. Синтез двухконтурного наблюдателя в задаче управления однозвенным манипулятором в условиях неопределенности // Проблемы управления. 2021. № 4. С. 27-39.
7. Glushchenko A.I., Lastochkin K.A., Petrov V.A. Development of Two-Wheeled Balancing Robot Optimal Control System based on Its Feedback Linearization // Proceedings of the 2019 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon). Vladivostok, Russia, 2019. IEEE, 2019. P. 1-6.
8. Гулюкина С.И., Уткин В.А. Задача управления парогенератором в условиях неопределенности при ограничениях на фазовые переменные и управления // Известия РАН. Теория и системы управления. 2023. № 2. С. 123-139.
9. Кокунько Ю.Г., Краснова С.А., Уткин В.А. Каскадный синтез дифференциаторов с кусочно-линейными корректирующими воздействиями // Автоматика и телемеханика. 2021. № 7. С. 37-68.