

УДК 517.977

СТАБИЛИЗАЦИЯ ЗАДАННОГО ПОЛОЖЕНИЯ КВАДРОКОПТЕРА В ПРОСТРАНСТВЕ

А.Е. Голубев

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
Россия, 119526, Москва, пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1
E-mail: v-algolu@hotmail.com

А.А. Хорошева

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
Россия, 119526, Москва, пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1
E-mail: khoroshevaann@gmail.com

С.А. Васенин

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
Россия, 119526, Москва, пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1
E-mail: stepan_vasenin@mail.ru

Ключевые слова: нелинейное управление, квадрокоптеры, стабилизация, обратные задачи динамики.

Аннотация: Исследована задача стабилизации положения квадрокоптера в пространстве. Для синтеза стабилизирующих законов управления использован метод обратных задач динамики. Осуществлено численное моделирование. Работоспособность полученных законов управления проверена экспериментально на квадрокоптере Parrot Mambo с использованием пакета MATLAB/Simulink.

1. Введение и постановка задачи

В последнее время большое количество работ посвящено исследованиям в области разработки алгоритмов автоматического управления движением квадрокоптеров. Известны различные подходы к синтезу управляющих воздействий [1–3], например, ПИД [1, 2] и линейно-квадратичный регулятор [2].

В настоящей работе рассмотрена математическая модель квадрокоптера как твердого тела. Уравнения движения квадрокоптера имеют следующий вид [3]:

$$(1) \quad m\ddot{\xi} = F \begin{pmatrix} \sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi \sin \theta \\ \cos \varphi \sin \psi \sin \theta - \cos \psi \sin \varphi \end{pmatrix}, \quad \ddot{z} = -g + \frac{F}{m} \cos \varphi \cos \theta,$$

$$(2) \quad \dot{\eta} = C\omega, \quad I\dot{\omega} = M - \omega \times I\omega, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & \sin \varphi \operatorname{tg} \theta & \cos \varphi \operatorname{tg} \theta \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi \operatorname{sec} \theta & \cos \varphi \operatorname{sec} \theta \end{pmatrix},$$

где $\xi = (x, y)^T$ и z – координаты центра масс квадрокоптера в инерциальной системе отсчета; $\eta = (\varphi, \theta, \psi)^T$ – углы крена, тангажа и рыскания, соответственно; m – масса квадрокоптера, g – ускорение свободного падения; F – сила тяги, создаваемая моторами квадрокоптера; $M = (M_x, M_y, M_z)^T$ – вектор крутящих моментов в неинерциальной системе отсчета; $\omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$ – вектор угловых скоростей в неинерциальной системе отсчета, $I = \text{diag}(I_x, I_y, I_z)$ – диагональная матрица моментов инерции.

2. Синтез нелинейного управления

Для синтеза нелинейного управления угловым положением квадрокоптера воспользуемся методом обратных задач динамики. Фиксируем программную траекторию $\xi_r(t) = [x_r(t), y_r(t)]^T$, $z = z_r(t)$ движения центра масс аппарата. Введем переменную ошибки $e_z = z - z_r(t)$ по высоте и выберем стабилизирующую силу тяги следующим образом:

$$(3) \quad F = \frac{m}{\cos \theta \cos \varphi} (g + \ddot{z}_r(t) - k_1 \dot{e}_z - k_2 e_z),$$

где $k_1 > 0$, $k_2 > 0$ – положительные коэффициенты усиления. Тогда динамика ошибки e_z примет вид:

$$(4) \quad \ddot{e}_z + k_1 \dot{e}_z + k_2 e_z = 0.$$

Положение равновесия $e_z = 0$, $\dot{e}_z = 0$ системы (4) является глобально асимптотически устойчивым.

Для удобства введем новые управляющие переменные моментов

$$(\tilde{M}_x, \tilde{M}_y, \tilde{M}_z)^T = \tilde{M} = \dot{C}\omega + CI^{-1}(M - \omega \times I\omega)$$

и перепишем уравнение вращательного движения (2) в следующем виде:

$$\ddot{\eta} = \tilde{M}.$$

Зададим программную траекторию $\psi = \psi_r(t)$ по углу рыскания и используем далее переменную ошибки $e_\psi = \psi - \psi_r(t)$ отслеживания угла рысканья. Выберем управление \tilde{M}_z в виде

$$(5) \quad \tilde{M}_z = \ddot{\psi}_r(t) - k_3 \dot{e}_\psi - k_4 e_\psi,$$

где $k_3 > 0$, $k_4 > 0$ – положительные коэффициенты усиления.

Тогда нулевое положение равновесия замкнутой системы, описывающей динамику ошибки e_ψ и имеющей вид

$$\ddot{e}_\psi + k_3 \dot{e}_\psi + k_4 e_\psi = 0,$$

глобально асимптотически устойчиво.

Далее, система (1) с управлением (3) примет вид

$$(6) \quad \ddot{\xi} = (g + \ddot{z}_0(t) - k_1 \dot{e}_z - k_2 e_z) \begin{pmatrix} \tan \varphi \sin \psi \sec \theta + \cos \psi \tan \theta \\ \sin \psi \tan \theta - \cos \psi \tan \varphi \sec \theta \end{pmatrix}.$$

Для нахождения стабилизирующих управлений \tilde{M}_x , \tilde{M}_y , перепишем систему (6) с учетом управления (5) в следующем виде:

$$\xi^{(4)} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} + (g + \ddot{z}_r - k_1 \dot{e}_z - k_2 e_z) \sec \theta \times \begin{pmatrix} \sin \psi & \cos \psi \\ -\cos \psi & \sin \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sec^2 \varphi & \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \theta \\ 0 & \sec \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{M}_x \\ \tilde{M}_y \end{pmatrix},$$

где f_i – соответствующие скалярные функции переменных состояния.

Определим переменную ошибки $e_\xi = \xi - \xi_r(t)$ отслеживания программной траектории движения центра масс аппарата в горизонтальной плоскости и обозначим через G матрицу коэффициентов при управлениях \tilde{M}_x , \tilde{M}_y . Выберем \tilde{M}_x и \tilde{M}_y следующим образом:

$$(7) \quad \begin{pmatrix} \tilde{M}_x \\ \tilde{M}_y \end{pmatrix} = G^{-1} \left[- \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} + \xi_r^{(4)}(t) - C_1 e_\xi^{(3)} - C_2 \ddot{e}_\xi - C_3 \dot{e}_\xi - C_4 e_\xi \right],$$

где $C_i > 0$, $i = \overline{1,4}$, – положительно определенные матрицы коэффициентов усиления, выбираемые таким образом, что нулевое положение равновесия замкнутой системы, описывающей динамику ошибки e_ξ и имеющей вид

$$e_\xi^{(4)}(t) + C_1 e_\xi^{(3)} + C_2 \ddot{e}_\xi + C_3 \dot{e}_\xi + C_4 e_\xi = 0$$

глобально асимптотически устойчиво.

3. Численное моделирование и результаты экспериментов

Полученные алгоритмы управления (3), (5) и (7) реализованы с помощью пакета MATLAB/Simulink на квадрокоптере Parrot Mambo. На рис. 1 показаны результаты численного моделирования и эксперимента для задачи позиционирования квадрокоптера в начале координат на заданной высоте. Отметим, что результаты моделирования и эксперимента показывают работоспособность полученных законов управления.

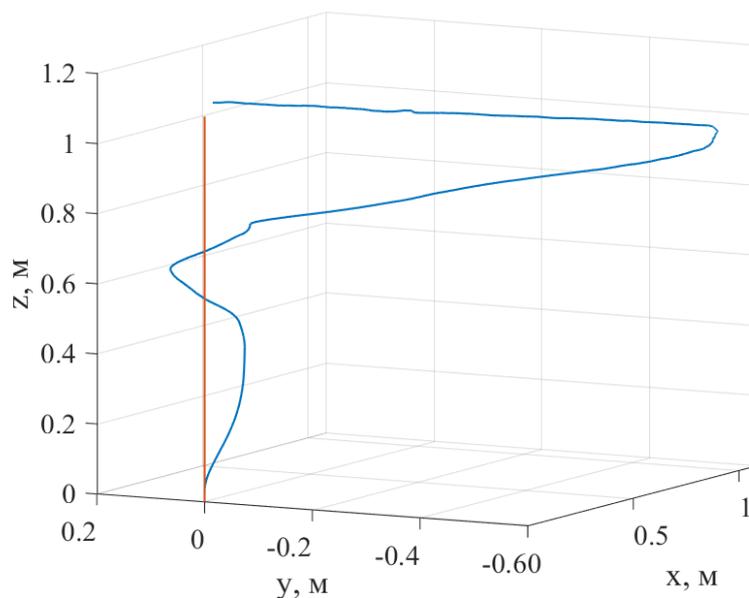


Рис. 1. Траектория движения квадрокоптера в пространстве (численное моделирование – красная кривая, эксперимент – синяя кривая)

Список литературы

1. Kaplan M.R., Eraslan A., Beke A., Kumbasar T., Altitude and Position Control of Parrot Mambo Minidrone with PID and Fuzzy PID Controllers // 2019 11th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO). Bursa, Turkey, 2019. P. 785-789.
2. Khatoon, S., Gupta, D., Das, L. K. PID and LQR control for a quadrotor: Modeling and simulation // 2014 International Conference on Advances in Computing Proceedings, Communications and Informatics. 2014. P. 796-802.
3. Golubev A.E., Glazkov T.V. Nonlinear quadrotor control based on Simulink Support Package for Parrot Minidrones // CEUR Workshop Proceedings. 2020. Vol. 2783. P. 113-127.