

УДК 531.2

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ ДВУЗВЕННОЙ НОГИ ШАГАЮЩЕГО РОБОТА

С.А. Кумакшев

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

Россия, 119526, Москва, пр. Вернадского, 101-1

E-mail: kumak@ipmnet.ru

Ключевые слова: шагающий робот, движущая сила, двузвенная нога, предельное значение.

Аннотация: Двузвенная нога часто встречается в конструкции атропоморфных человекоподобных роботов. Как правило, она (подобно человеческой ноге) состоит из двух стержней и шарниров. Шарниры представляют собой (электрические) двигатели, обеспечивающие создание управляющих моментов в коленном и тазобедренном суставах. Нога расположена в вертикальной плоскости и опирается на шероховатую поверхность концом звена (ступней) в виде резинового шарика. Сила трения, возникающая в точке контакта, обеспечивает движение всего робота. В рамках статического описания данной модели найдены предельно возможные значения движущей силы. Полученные результаты могут использоваться при конструировании шагающих аппаратов атропоморфного типа.

1. Модель двузвенной ноги

Примем следующую модель двузвенной ноги [1]: два однородных стержня соединены цилиндрическим шарниром O_1 (коленный сустав). Сама нога в целом, находится в одной плоскости (вертикальной) и прикрепляется к корпусу робота посредством другого цилиндрического шарнира O_2 (тазобедренный сустав). Нога заканчивается резиновым шариком (ступней), опирающимся на шероховатую плоскость. Эта плоскость, в общем случае, расположена под углом δ к горизонту. Предполагается наличие точечного контакта ступней ноги с плоскостью в точке P с коэффициентом трения μ . В суставах ноги находятся двигатели, которые создают моменты, управляющие движением ноги [2]. Как показано на рис. 1, в коленном шарнире генерируется момент M_2 , а в тазобедренном – M_1 . В реальных устройствах, развиваемые моменты ограничены по величине $|M_1| \leq M_1^0$ и $|M_2| \leq M_2^0$.

Как видно из рис. 1, в точке контакта P действуют две силы: сила сухого трения F и сила нормальной реакции N . Очевидно, что развиваемая сила трения является важной характеристикой ноги, так как она движет робота вперед. Длины звеньев ноги примем за l_1 и l_2 . Звенья ноги можно считать невесомыми, но в общем случае примем, что звенья обладают массой m_1 и m_2 соответственно и на них действует сила тяжести с ускорением g . Еще один важный параметр двузвенной ноги это

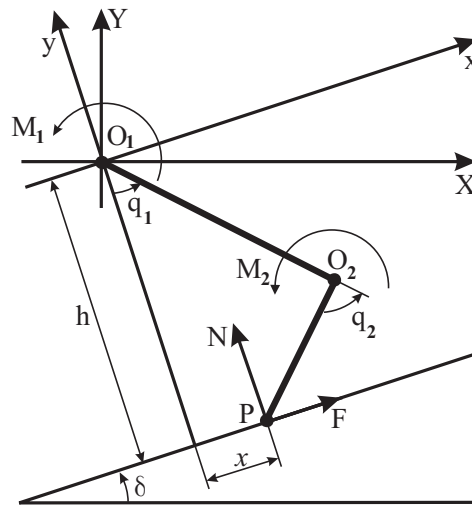


Рис. 1. Модель двузвенной ноги

клиренс h . Он характеризует расстояние от шероховатой опорной плоскости до тазобедренного шарнира. В этой модели присутствует геометрическая связь между длинами звеньев ноги и клиренсом. Связь возникает из предположения, что корпус робота движется по прямой. Введем координату x , отвечающую за расстояние от ступни ноги до проекции тазобедренного сустава на опорную плоскость. Очевидно, что максимальное значение x может быть получено по теореме Пифагора, если принять длину всей ноги как гипотенузу, а клиренс за катет.

Примем, что G_1 – момент силы тяжести, действующий на всю ногу относительно тазобедренного шарнира, а G_2 соответствующий момент, действующий на второе звено ноги относительно коленного шарнира. Тогда в статической постановке выпишем уравнения равновесия такого двузвенника [3]:

$$(1) \quad \begin{aligned} Fh + Nx &= -M_1 + G_1 \\ F(h - l_1 \cos q_1) + N(x - l_1 \sin q_1) &= -M_2 + G_2 \end{aligned}$$

Дополним эту систему условием безотрывности движения ноги, при котором нормальная реакция N в точке P всегда положительна $N \geq 0$ и законом сухого трения, определяющим значение силы $|F| \leq \mu N$.

Теперь можно выразить силы F и N из системы (1). При этом получим линейные зависимости от управляющих моментов M_1 и M_2 , где коэффициентами выступят функции, зависящие от геометрических параметров двузвенной ноги. Таким образом, можно поставить и решить задачу по нахождению таких управляющих моментов в шарнирах (ограниченных по величине), которые бы максимизировали движущую силу трения в точке P [1], [4]. Такая задача является задачей линейного программирования и ее решение дает экстремум линейной функции F в зависимости от управляющих моментов и геометрических параметров двузвенной ноги. Заметим, что получающееся решение довольно громоздко.

2. Предельные значения движущей силы

Несмотря на получающееся таким образом точное решение, можно выписать простую и наглядную оценку сверху для значения движущей силы F . Преимущество такой оценки состоит в том, что это предельное значение движущей силы не будет зависеть от геометрических характеристик двузвенной ноги.

Для получения оценки предположим, что массой звеньев можно пренебречь. Нам потребуется первое уравнение системы (1), ограничение на управляющий момент в тазобедренном шарнире $|M_1| \leq M_1^0$ и закон сухого трения $|F| \leq \mu N$. Выражая из первого уравнения системы (1) силу F и подставляя ее в закон сухого трения получим:

$$(2) \quad M_1 + N(x + \mu h) \geq 0$$

Теперь можно поставить задачу: при фиксированных параметрах x , μ и h найти максимум функции F в зависимости от M_1 и N при ограничениях: на момент M_1 и (2).

Эта задача линейного программирования и ее решение лежит в одной из точек пересечения функции (2) при ее равенстве нулю и областью возможных значений момента в тазобедренном шарнире на плоскости NM_1 .

Решение этой задачи дает искомую оценку предельного значения движущей силы:

$$(3) \quad F \leq \frac{M_1 \mu}{|x + \mu h|}$$

если $x \geq 0$ $x < -\mu h$. Если $-\mu h \leq x < 0$ то оценку на основе приведенных уравнений получить не удастся. В этой области значений x не исключено обращения значения силы трения в бесконечность при конечных управляющих моментах – явление заклинивания.

При остальных значениях x сила трения конечна.

3. Численные расчеты

Вооружимся некоторыми характерными значениями параметров двузвенной ноги [1] и для иллюстрации полученных результатов представим численные расчеты. Допустим, что $\mu = 0.2$, $M_1^0 = 43$ Нм, $h = 0.26$ м. Тогда можно изобразить на одном рисунке предельные значения в соответствии с (3) и решение задачи по нахождению таких управляющих моментов в шарнирах (ограниченных по величине), которые бы максимизировали движущую силу трения в точке P [1], [4] для различных длин второго звена.

На рис. 2 представлены предельные значения движущей силы (3) сплошными линиями и максимальные значения движущей силы (для $l_1 = 0.15$ м. и $M_2^0 = 30.0$ Нм и разных длин второго звена) штриховыми линиями [4]. Видно, что при предельном выставлении ноги робота максимальная движущая сила выходит на найденные ограничения.

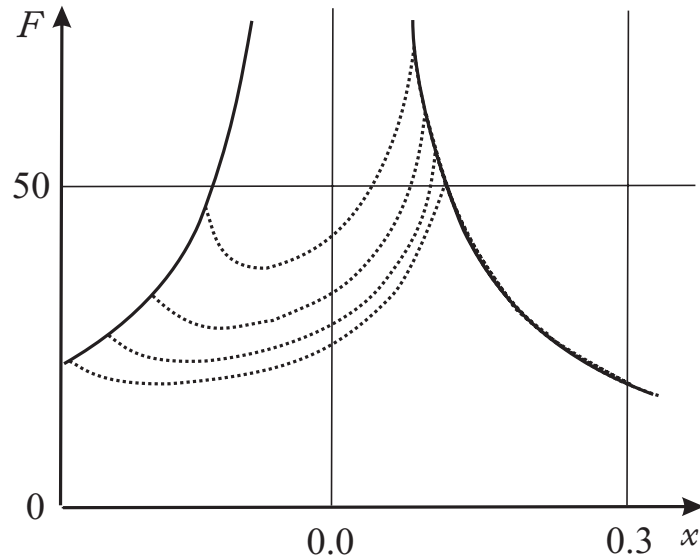


Рис. 2. Предельные значения движущей силы

4. Заключение

Получена простая и эффективная оценка сверху на предельные значения движущей силы двузвенной ноги. Оценка не зависит от геометрических параметров системы. Полученные результаты могут использоваться при конструировании шагающих аппаратов атропоморфного типа.

Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 123021700055-6).

Список литературы

1. Болотник Н.Н., Кумакшев С.А. О максимизации статической силы, развиваемой двузвенной ногой шагающего аппарата // Изв. РАН. Механика Твёрдого Тела. 1997. № 5. С. 53–71.
2. Кумакшев С.А. Определение управляющих моментов, обеспечивающих равновесие восьминогого шагающего аппарата в цилиндрической трубе // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2000. № 3. С. 469–482.
3. Болотник Н.Н., Кумакшев С.А. О равновесии абсолютно твёрдого тела, опирающегося на внутреннюю шероховатую поверхность цилиндра // Изв. РАН. Механика Твёрдого Тела. 2000. № 1. С. 58–69.
4. Kumakshev S.A. Optimization of the Parameters of the Two-link Leg of a Walking Robot // 2022 16th International Conference on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference). Moscow, Russian Federation, 2022. P. 1-3.