

УДК 62.50

ДИНАМИЧЕСКОЕ СГЛАЖИВАНИЕ ЭТАЛОННЫХ ТРАЕКТОРИЙ ДЛЯ БЕСПИЛОТНЫХ КОЛЕСНЫХ РОБОТОВ

Ю.Г. Кокунько

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: juliakokunko@gmail.com

С.А. Краснова

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: skrasnova@list.ru

А.Э. Пискунова

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: apiskunova27@gmail.com

Ключевые слова: беспилотная колесная платформа, планирование траекторий, динамическое сглаживание, ограничения на скорость и ускорение, габаритный след.

Аннотация: Предложен новый, простой в вычислительной реализации метод построения эталонных гладких траекторий для беспилотных колесных платформ с учетом ограничений на скорость, ускорение и габариты транспортного средства. Вместо стандартной сплайновой интерполяции путевые точки, заданные с учетом времени выполнения рабочего сценария, соединяются отрезками. Выходные переменные элементарной динамической модели с сигмовидными управляющими воздействиями отслеживают эту ломаную и порождают сглаженные реализуемые задающие воздействия для движения центра масс колесной платформы. На основе этих сигналов разработан простой алгоритм для визуализации габаритного следа колесной платформы.

1. Введение

В задачах траекторного управления беспилотными колесными роботами важнейшей проблемой является проектирование гладких эталонных траекторий, которые удовлетворяют ограничениям на скорость и ускорение конкретного робота и являются для него реализуемыми [1]. В условиях полигона или в среде с неподвижными препятствиями движение автономного робота можно спроектировать заранее и сохранить эталонную траекторию на бортовом компьютере. Планирование достижимой траектории обычно состоит из двух этапов. На первом этапе составляется опорный маршрут в виде последовательности путевых точек с учетом времени выполнения рабочего сценария. При этом в зависимости от целевых условий используются алгоритмы поиска по графу, алгоритмы на основе выборки и т.п. [2]. На втором этапе по опорным точкам надо получить непрерывную и гладкую кривую. Здесь типовым решением являются кубические В-сплайны [3]. Проблема сводится к вычислению полиномиальных коэффициентов степенной функции времени, которая соединяет соседние путевые точки. Обеспечение гладкой сшивки отдельных

фрагментов траектории и учет ограничений на скорость и ускорение робота потребует дополнительной алгоритмизации и увеличения степени многочлена. Реализация аналитических интерполяционных методов на этапе планирования траектории не вызывает трудностей, но они не подходят для сглаживания сложных маршрутов с большим количеством опорных точек и фрагментов различной формы в реальном времени из-за большой вычислительной нагрузки и времени вычислений [4, 5]. Кроме того, сложная аналитическая траектория может занимать много памяти при хранении на бортовом компьютере.

В данной работе вместо трудоемких аналитических методов предлагается простой алгоритм автоматического динамического сглаживания опорной ломаной. Он не требует сложных расчетов и индивидуальной аппроксимации каждого углового сегмента траектории. Вводится управляемая динамическая модель с двумя входами и двумя выходами, которые с некоторой точностью отслеживают опорную ломаную и порождают гладкую эталонную траекторию. Это – реализуемое задание для центра масс колесной платформы, поступающее в систему управления роботом. Основные особенности разработанного алгоритма: 1) использование в модели S-образных гладких и ограниченных сигмовидных управляющих воздействий [6-8]; 2) процедура настройки их коэффициентов с учетом ограничений на скорость и ускорение конкретного робота. В отличие от [8] в данной работе показано, что выполнение указанных ограничений можно обеспечить в следящей модели минимального динамического порядка. Кроме того, предложена простая методика моделирования коридора безопасности, учитывающая габариты колесной платформы. Теоретическое обоснование данных алгоритмов изложено в следующем разделе. В разделе 3 представлены подтверждающие результаты численного моделирования.

2. Структура и настройка следящей динамической модели

Пусть для выполнения рабочего сценария на временном интервале $t \in [0; T]$ для центра масс колесной платформы в неподвижной системе декартовых координат Oxy установлена последовательность путевых 3D-точек

$$(1) \quad (x_i, y_i, t_i), i = \overline{1, m}, t_i < t_{i+1}, t_1 = 0; t_m = T.$$

Она задает в первом приближении желаемый маршрут и среднюю допустимую скорость движения на каждом участке. Соединив соседние пары точек отрезками

$$\frac{x_1 - x_i}{x_{i+1} - x_i} = \frac{y_1 - y_i}{y_{i+1} - y_i} = \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i}, t \in [t_i; t_{i+1}], i = \overline{1, m-1},$$

получим опорную негладкую 3D-траекторию и, соответственно, первичные задающие воздействия $\chi(t) = (\chi_1, \chi_2)$ для координат центра масс колесной платформы $(x(t), y(t))$:

$$(2) \quad \begin{cases} \chi_1(t) = \frac{(x_{i+1} - x_i)t + x_i t_{i+1} - x_{i+1} t_i}{t_{i+1} - t_i}, \\ \chi_2(t) = \frac{(y_{i+1} - y_i)t + y_i t_{i+1} - y_{i+1} t_i}{t_{i+1} - t_i}, t \in [t_i; t_{i+1}], i = \overline{1, m-1}. \end{cases}$$

Для покомпонентного сглаживания опорной ломаной (2) вводится следящая модель минимального динамического порядка в виде элементарной управляемой системы

$$(3) \quad \dot{z} = w,$$

где $z = (z_1, z_2)^T \in R^2$ – выходы модели, которые с некоторой точностью отслеживают первичные задания (2); $w = (w_1, w_2)^T \in R^2$ – управляющие воздействия, с помощью которых нужно обеспечить ограниченность ошибки слежения $e = z - \chi = (e_1, e_2)^T \in R^2$ и ограничения на максимальные абсолютные значения скорости V и ускорения a робота

$$(4) \quad |\dot{z}_j(t)| \leq V, |\ddot{z}_j(t)| \leq a, 0 < V^2 < a, t \in [0; T], j = 1, 2.$$

Тогда выходы модели (3) будут порождать естественным образом сглаженную и реализуемую эталонную траекторию $(z_1(t), z_2(t))$ для центра масс колесной платформы $(x(t), y(t))$. В отличие от традиционной следящей системы задача достижения заданной ошибки слежения здесь не ставится. Точность отслеживания опорной траектории (2) является мерой ее сглаживания и зависит от ограничений конкретного робота (4).

Запишем систему (3) относительно ошибки слежения $\dot{e} = w - \dot{\chi}$, где производные опорной ломаной $\dot{\chi}(t) = (\dot{\chi}_1, \dot{\chi}_2)^T$ трактуются как внешние ограниченные возмущения

$$(5) \quad |\dot{\chi}_j(t)| \leq X < 0.8V, \quad t \in [0; T], j = 1, 2.$$

Для решения поставленной задачи используем в системе (3) нелинейные управления в виде сигма-функции с двумя коэффициентами усиления

$$(6) \quad w_j = -p\sigma(le_j) = -p \frac{1 - \exp(-le_j)}{1 + \exp(-le_j)}, w_j = -0.5pl(1 - \sigma^2(le_j))\dot{e}_j, p, l > 0, j = 1, 2.$$

Сигма-функция является модификацией гиперболического тангенса $\sigma(x) = \text{th}(x/2)$ и имеет такие же свойства: определена на все числовой оси, гладкая, нечетная, ограниченная и имеет S-образную форму. Точки $\sigma(\pm 2.2) \approx \pm 0.8$ разделяют сигма-функцию на условно линейную и условно постоянную функции [7]. С учетом $0.8p \leq p|\sigma(le_j)| < p$, $l|e_j| > 2.2$ формализуем для замкнутой системы

$$(7) \quad \dot{e}_j = -p\sigma(le_j) - \dot{\chi}_j, j = 1, 2$$

достаточные условия для выбора $p > 0$, при котором обеспечивается ограниченность ошибки слежения:

$$(8) \quad 0.8p > X \Rightarrow e_j \dot{e}_j \leq |e_j|(X - 0.8p) < 0 \Rightarrow |e_j| \leq 2.2/l, j = 1, 2.$$

Из (8) следует консервативная оценка производной ошибки слежения: $|\dot{e}_j| \leq 2p, j = 1, 2$. С учетом этой оценки, а также (6), (8), для замкнутой следящей модели (3), (6) получим неравенства, при которых обеспечивается выполнение целевого условия (4):

$$(9) \quad \begin{cases} 1.25X < p \leq V, \\ p^2 l \leq a. \end{cases}$$

Примем, например $p = V$, $l = a/V^2$. Как видим, следящая модель (3), (6) является универсальной, ее легко настроить с учетом ограничений на скорость и ускорение конкретного робота (9). Очевидно, что при различных ограничениях V , a формы соответствующих эталонных траекторий $(z_1(t), z_2(t))$ будут отличаться в окрестности угловых точек, но на прямолинейных участках будут идентичными.

С вычислительной точки зрения алгоритм динамического сглаживания (3), (6)

$$(10) \quad \dot{z}_j = -p\sigma(l(z_j - \chi_j)), j = 1, 2$$

представляет собой вычисление сигмоид (6) и две операции интегрирования. Их реализация не вызывает трудностей при использовании любого программного обеспечения. Время счета алгоритма пренебрежимо мало, не приводит к запаздыванию при работе в реальном времени. В память бортового компьютера достаточно заложить только последовательность точек (1). Обратим внимание, что данный метод не предназначен для решения терминальных задач и не обеспечивает точного попадания в заданные пункты. Однако его можно использовать для имитационного моделирования в режиме off-line. На этапе планирования можно многократно моделировать систему (10) в ускоренном времени и достичь желаемого результата с помощью коррекции координат конкретных точек (1).

Рассмотрим некоторые аспекты планирования безопасного маршрута габаритного колесного транспорта на полигоне со стационарными препятствиями. Обратная задача состоит в том, чтобы, наоборот, расставить на полигоне (заводском цехе, складе) объекты так, чтобы робот мог безопасно выполнять рабочий сценарий. Поэтому при планировании полигона требуется учитывать габариты транспортного средства.

Разработанный алгоритм динамического сглаживания можно применить для графического отображения изменения положения не только центра масс колесной платформы, но также для ее угловых точек.

Представим соответствующие расчеты для симметричной прямоугольной колесной платформы, центр масс которой находится на пересечении диагоналей в середине центральной линии. Введем следующие обозначения: $\rho > 0$ – расстояние от центра масс до каждой угловой точки платформы, взятое с небольшим запасом; $\alpha < \pi/2$ – величина угла между центральной линией платформы и ее диагоналями; $(z_{1i}(t); z_{2i}(t))$ – текущие координаты угловых точек платформы, $i = \overline{1, 4}$; $\theta = \arctg(\dot{z}_2/\dot{z}_1)$ – угол между осью Ox и центральной линией платформы, которая совпадает с направлением вектора скорости. Тогда формулы для вычисления текущих координат угловых точек платформы на основе выходных переменных следящей модели (10) имеют вид

$$(11) \quad \begin{cases} z_{11}(t) = z_1(t) + \rho \cos(\theta(t) + \alpha), & z_{12}(t) = z_1(t) + \rho \cos(\theta(t) - \alpha), \\ z_{21}(t) = z_2(t) + \rho \sin(\theta(t) + \alpha); & z_{22}(t) = z_2(t) + \rho \sin(\theta(t) - \alpha); \\ z_{13}(t) = z_1(t) + \rho \cos(\theta(t) + \alpha + \pi), & z_{14}(t) = z_1(t) + \rho \cos(\theta(t) - \alpha - \pi), \\ z_{23}(t) = z_2(t) + \rho \sin(\theta(t) + \alpha + \pi); & z_{24}(t) = z_2(t) + \rho \sin(\theta(t) - \alpha - \pi) \end{cases}$$

и справедливы при $0 \leq \theta \leq \pi/2$. Упрощение состоит в том, что направление движения платформы в этом алгоритме не учитывается. При смене квадранта, в котором находится угол θ , угловые точки правого борта будут изображать путь точек левого борта и наоборот. Таким образом, кривые (11), изображенные на одном графике, дадут непрерывный габаритный след колесной платформы. Такая визуализация является наглядным и удобным инструментом для проектирования полигона, расстановки объектов и планирования маршрутов.

3. Численное моделирование

Численное моделирование разработанных алгоритмов проводилось в среде MATLAB-Simulink. Для колесной платформы с развиваемой скоростью до 2.3 м/с на основе неравенств (9) приняты следующие значения параметров следящей модели (10): $p = 2.3$, $l = 1.4$. Были заданы 35 путевых 3D-точек (1) со следующими координатами:

$$(12) \quad \begin{aligned} x &= [1; 1.511; 2.721; 3; 2.792; 1.347; 1; 1.639; 4.476; 5; 5; 5; 8; 8; 8; 8.493; \\ &11.28; 12; 11.61; 10.21; 10; 10.19; 11.55; 12; 11.34; 8.499; 8; 8; 8; 5; 5; 5; \\ &4.564; 1.775; 1], \text{ [м]}; \\ y &= [1; 1.767; 3.581; 4; 4.416; 7.307; 8; 7.681; 6.262; 6; 6,6; 9; 9; 6.587; 6; \\ &6.247; 7.64; 8; 7.221; 4.421; 4; 3.71; 1.68; 1; 1.332; 2.751; 3; 2.582; 0; 0; \\ &2.582; 3; 2.782; 1.387; 1], \text{ [м]}; \\ t &= [0; 0.5; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 11; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; \\ &24; 25; 26; 27; 28; 30; 32; 33; 34; 35; 36; 37], \text{ [с]}. \end{aligned}$$

На рис. 1 слева зеленой линией представлена опорная негладкая 3D-траектория (2), соединяющая точки (12); розовая линия – сглаженная эталонная траектория для центра масс платформы, полученная с помощью следящей модели (10); черные линии демонстрируют габаритный след платформы (11). На рис. 1 справа представлены графики элементов вектора скорости эталонной траектории $\dot{z}_j(t)$, $j = 1, 2$, которые не превышают заданных ограничений на скорость колесной платформы.

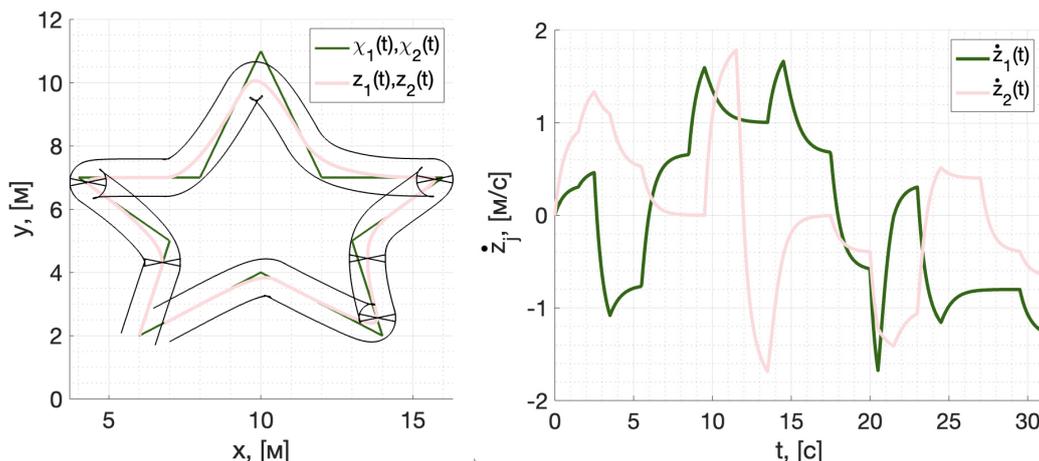


Рис. 1. Слева – графики опорной траектории $\chi(t)$ (12), сглаженной траектории $z(t)$ (10) и габаритного следа (11). Справа – графики элементов вектора скорости сглаженной траектории $\dot{z}_{1,2}(t)$.

Таким образом, результаты моделирования подтверждают эффективность разработанных алгоритмов.

Список литературы

1. Tzafestas S.G. Mobile robot control and navigation: A global overview // Journal of Intelligent and Robotic Systems. 2018. Vol. 91. P. 35-58.
2. Zhou Ch., Huang B., Fränti P. A Review of Motion Planning Algorithms for Intelligent Robots // Journal of Intelligent Manufacturing. 2022. Vol. 33. P. 387-424.
3. Mercy T., Van Parys R., Pipeleers G. Spline-Based Motion Planning for Autonomous Guided Vehicles in a Dynamic Environment // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2018. Vol. CST-26, No. 6. P. 2182-2189.
4. Sun Y., Yang J., Zhao D., Shu Y., Zhang Z., Wang S. A Global Trajectory Planning Framework Based on Minimizing the Risk Index // Actuators. 2023. Vol. 12. P. 270.
5. Han J. Mobile robot path planning with surrounding point set and path improvement // Applied Soft Computing. 2017. Vol. 57. P. 35-47.
6. Kochetkov S.A., Krasnova S.A., Antipov A.S. Cascade Synthesis of Electromechanical Tracking Systems with Respect to Restrictions on State Variables // IFAC PapersOnLine. 2017. Vol. 50, No. 1. P. 1042-10147.
7. Антипов А.С., Краснова С.А., Уткин В.А. Синтез инвариантных нелинейных одноканальных систем слежения с сигмоидальными обратными связями с обеспечением заданной точности слежения // Автоматика и телемеханика. 2022. № 1. С. 40-66.
8. Кокунько Ю.Г. Синтез генератора задающих воздействий для системы управления мобильным роботом // Управление большими системами. 2023. Вып. 101. С. 123-139.