УДК 519

## ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ: ИДЕНТИФИКАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ

**О.М. Алифанов** *МАИ КНТС РОСКОСМОСА* 

Россия, Москва

Доклад посвящен решению некорректно поставленных обратных задач физических процессов применительно к идентификации их математических моделей, управлению процессами и проектированию технических систем на основе метода итерационной регуляризации [1-7]. Изложены вопросы построения и обоснования регуляризирующих градиентных методов, в которых устойчивость и достижимая точность решения задач обеспечивается остановом итерационного процесса по условию согласования номера итерации с погрешностью исходных данных. Разработанная теория положена в основу подхода исследованиям теплообменных процессов, построению К математических моделей идентификации, технической диагностики, контроля управления тепловыми режимами неразрушающего И объектов. Базируясь на этих теоретических разработках, создан технических специальный автоматизированный экспериментально-расчетный комплекс, в котором сочетаются технические средства управления теплообменными органически процессами программное обеспечение ДЛЯ оптимального планирования эксперимента, решения обратных задач и проведения высокотемпературных испытаний технических объектов. Созданная теория и технические средства нашли также свое применение при проведении испытаний в аэродинамических трубах и плазматронах, а также полноразмерных наземных И летных испытаниях ряда аэрокосмической техники.

В конце 1960-х в Московском авиационном институте были сделаны первые попытки решения обратной задачи теплопроводности для целей косвенных измерений нестационарных тепловых потоков при испытаниях теплозащитных материалов в плазменной струе. Из этой частной задачи довольно быстро стало вырастать целое направление исследований, в основе которого методы обратных задач теплообмена. Изучались различные их постановки, разрабатывались и обосновывались методы решения, объективно расширялась область практических применений новых методов. К работам привлекались инженеры, физики, математики. Эти исследования были подхвачены многими специалистами, в том числе за рубежом, но российская школа и сейчас продолжает занимать одну из лидирующих позиций в этой проблематике. Сегодня мы имеем достаточно крупный комплекс исследований и разработок, в том числе новых теоретических результатов и разнообразных практических приложений. В данной статье представлен обзор некоторых основных теоретических и расчетно-экспериментальных исследований процессов тепломассообмена, теплофизичеческих характеристик материалов и тепловых режимов летательных аппаратов, выполненных в МАИ за эти годы.

Обратные задачи это задачи определения так называемых причинных характеристик в математических моделях физических процессов, а именно, граничных

и начальных условий, коэффициентов уравнений, геометрических параметров области задания уравнений, – по известным следственным проявлениям этих характеристик, в частности, по измерениям полевых величин (характеристик состояния исследуемого объекта).

Одним из классов обратных задач, которые потенциально могли бы быть особо полезными для практики технической диагностики, моделирования, управления, проектирования и экспериментальной отработки технических систем, в том числе подвергающихся интенсивным тепловым и теплосиловым нагрузкам, это обратные задачи теплообмена (ОЗТО). В дальнейшем этот факт был подтвержден многочисленными прикладными исследованиями и разработками, в первую очередь, применительно к летательным аппаратам и стартовым комплексам. ОЗТО — весьма широкий класс задач, определяющийся разнообразными математическими моделями переноса тепла — путем теплопроводности, конвекции, излучения и их смешанными формами.

Потребность в решении таких задач возникает во многих приложениях, связанных с технической диагностикой, идентификацией математических моделей различных процессов, управлением процессами, оптимизацией технических объектов. Эти задачи имеют место при проектировании и экспериментальной отработке сложных, ответственных систем и агрегатов. Авиационная, ракетная и космическая техника является ярким примером такой ситуации. С одной стороны, необходимо обеспечить требуемую надежность и безопасность, но с другой – сделать это при минимальных запасах, таких как запасы прочности, запасы по толщинам теплозащитных и теплоизоляционных покрытий, по мощности систем терморегулирования и т.п. При этом, чем ниже достоверность и точность математических описаний соответствующих физических процессов, ниже достоверность И точность экспериментальных результатов, тем неминуемо мы должны вводить все большие запасы, закладывая в них наше незнание, что в таких отраслях техники недопустимо. И здесь объективно возникает необходимость привлечения методов обратных задач. Но только при условии их тщательного обоснования. Это действительно эффективный инструмент, но его надо соответствующим образом настраивать и правильно применять.

В отличие от прямых задач, постановки обратных задач нельзя воспроизвести в реальном физическом опыте. И это глубинная причина того, что обратные задачи с математической точки зрения, как правило, оказываются некорректно поставленными, когда нарушаются условия существования решения, единственности и устойчивости. Поэтому для их решения нужно использовать регуляризирующие алгоритмы.

Роль математического моделирования при проведении прикладных исследований, связанных с изучением того или иного актуального объекта — физического процесса, технической системы, технологии изготовления постоянно возрастает. При этом объемы экспериментальной отработки дорогостоящих технических объектов, как правило, сокращаются по понятным экономическим причинам. Соответствующие испытания, насколько возможно, заменяются математическим моделированием. Параллельно с этой тенденцией увеличивается роль относительно недорогих модельных экспериментальных исследований, проводимых с использованием малых стендов, позволяющих имитировать те или иные условия реального функционирования разрабатываемых технических объектов.

Таким образом, существенно возрастает роль и взаимная ответственность математического моделирования и экспериментальных исследований за результаты исследований и разработок. Математическое моделирование, естественно, должно основываться на достоверных и достаточно точных математических моделях, а сами эксперименты и испытания все чаще становятся экспериментально-аналитическими

операциями, которые также требуют состоятельных моделей. Более того, именно на основе математических моделей осуществляется связь вычислительного и физического моделирования, включая стендовые и натурные испытания. Таким образом, проблема построения корректных математических моделей применительно к конкретным условиям их применения, становится весьма важной.

Инженерные методы, обычно, базируются на реалистичных подходах в выборе методик анализа и синтеза проектных решений и обеспечении точности расчетов на начальных этапах исследований и разработок. Например, в тепловом проектировании аэрокосмических аппаратов используются приближенные формулы для оценки тепловых условий на поверхности аппарата, основанные на теории подобия процессов теплообмена, соответствующих критериальных уравнениях и аппроксимированных формах для расчета тепловых потоков конвективного и радиационного нагрева при движении в атмосфере с гиперзвуковыми скоростями.

Таким образом, инженерные методы, при условии разумного их использовании позволяют получить вполне прозрачную, удобную ситуацию в решении многих задач прикладного характера, когда не нужна сверхвысокая точность результатов, но может требоваться достаточно высокая оперативность их получения. Но, есть одно обстоятельство, которое может и довольно часто сопутствует реализации той или иной модели в конкретных исследованиях. Это необходимость обеспечить модель требуемой числовой информацией, а также уточнить и ее структуру. Соответственно возникает проблема параметрической и структурной идентификации математической модели. Частным случаем идентификации является верификация модели. В подавляющем числе случаев эти важные операции можно реализовать на основе данных измерений, полученных в эксперименте, условия проведения которого моделируют условия будущего применения математической модели в конкретных прикладных ситуациях. При этом, естественно, возникают вопросы о том, как это сделать правильно, на какую теорию и методологию следует опираться. Именно здесь было обращено внимание на обратные задачи, которые, по сути, и являются задачами идентификации и верификации применительно к обоснованию математических моделей на основе экспериментальных данных. Они естественным образом сочетают теоретические и экспериментальные исследования, что дает возможность осуществлять эффективный математического И физического моделирования, математического моделирования и испытаний.

Цель обратных задач математической физики, в том числе задач тепломассообмена – это изучение причинных характеристик – через известные следственные их проявления.

Модели могут быть различными; в частности, в теории теплофизики и тепломассообмена используются модели распределенными параметрами, cописываемые уравнениями с частными производными. Реже, например, для задач ограничиться теплообмена В технических системах онжом моделями сосредоточенными параметрами на основе обыкновенных дифференциальных уравнений.

Обратные задачи могут быть поставлены для различных математических моделей в зависимости от уровня их детализации, которые условно называются «черными», «серыми» и «белыми» ящиками.

Обратные задачи типа диагностики и идентификации обычно используются для проведения исследований в рамках моделей черного и серого ящиков. Обратные задачи типа управления процессами и системами могу быть поставлены для любого из трех типов моделей. Обратные задачи типа проектирования обычно используют модель белого ящика.

В теоретическом и практическом плане данная область в 60-е годы прошлого столетия представляла собой практически белый лист. Поэтому нужно было начинать с исходных постановок ОЗТО, их классификации, анализа условий корректности, выявления принципов получения устойчивых и достаточно точных решений, построения соответствующих методов и алгоритмов при постепенном расширении класса задач – от простых одномерных и линейных постановок до достаточно сложных, но необходимых для практики нелинейных, многомерных и многофакторных задач, задач в областях сложной формы, в том числе с подвижными границами. Это обратные задачи теплопроводности, обобщенной теплопроводности, теплообмена и гидродинамики в пористых материалах, задачи оптимизации теплозащитных покрытий и т.д.

Для ряда постановок задач математической физики в работах автора и его коллег были определены условия единственности решения и доказаны соответствующие теоремы. Были установлены и исследованы различные методы получения устойчивых решений, основанные на принципе естественной шаговой регуляризации (прямой приближенно-аналитический метод и прямые численные методы искусственной гиперболизации исходных параболических уравнений (метод малого параметра при старшей производной по времени), регуляризации с использованием вариационного принципа А.Н. Тихонова (регуляризованный алгебраический метод и регуляризованные конечно-разностные методы). Наконец, был предложен новый метод – итерационной регуляризация.

Все эти методы и алгоритмы тщательно отрабатывались и обосновывались с помощью вычислительных и реальных физических экспериментов. Были выявлены области наиболее рационального практического применения методов и разработанных на их основе алгоритмов решения обратных задач.

Особое место в комплексе разработанных и математически обоснованных методов занимает именно метод итерационной регуляризации, в котором роль параметра регуляризации выполняет сам номер итерации. Это универсальный метод, в котором сохранены расчетные формулы итерационных методов. В результате, при его практическом применении снижается трудоемкость расчетов, особенно для нелинейных, многомерных и многопараметрических обратных задач.

В докладе представлены основные теоретические аспекты метода итерационной регуляризации применительно к решению ряда некорректных задач, возникающих на практике. А также приведены примеры исследований, проведенных на основе решения обратных задач тепломассообмена и теплофизики с приложениями к конкретным проектам в области аэрокосмической техники.

## Список литературы

- 1. Тихонов А.Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации // ДАН СССР, 1963. Т .151, № 3. С. 501- 504.
- 2. Алифанов О.М. Идентификация процессов теплообмена летательных аппаратов (введение в теорию обратных задач теплообмена). М.: Машиностроение, 1979. 216 с.
- 3. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач и их приложения к обратным задачам теплообмена. М,: Наука, 1988. 288 с.
- 4. Alifanov O.M. Inverse Heat Transfer Problems. Springer, 1994. 348 p.
- 5. Alifanov O.M., Gejudze I.Yu. Thermal Loads Identification Technique for Materials and Structures in Real Time // Acta Astronautica. 1997. Vol .41, No. 4-10. P. 255-265.
- 6. Алифанов О.М., Вабищевич П.Н., Михайлов В.В., Ненарокомов А.В., Полежаев Ю.В., Резник С.В. Основы идентификации тепловых процессов и систем. М.: Логос, 2001. 400 с.
- 7. Алифанов О.М., Ненарокомов А.В., Салосина М.О. Обратные задачи в тепловом проектировании и испытаниях космических аппаратов. М.: Изд-во МАИ, 2021. 160 с.