УДК 681.51

АДАПТИВНЫЙ НАБЛЮДАТЕЛЬ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ ЛИНЕЙНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО ОБЪЕКТА С ПЕРИОДИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ НЕИЗВЕСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

О. А. Козачёк
Университет ИТМО
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49 лит. А
E-mail: oakozachek@itmo.ru

А. А. Бобцов
Университет ИТМО
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49 лит. А
E-mail: bobtsov@itmo.ru

Н. А. Николаев
Университет ИТМО
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49 лит. А
E-mail: nanikolaev@itmo.ru

Ключевые слова: адаптивный наблюдатель, идентификация параметров, запаздывание, периодически изменяющиеся параметры, нестационарные системы.

Аннотация: В работе предлагается решение задачи синтеза наблюдателя вектора переменных состояния линейной нестационарной системы в условиях параметрической неопределенности. Проблема решается в предположении, что матрица состояния содержит не более одного неизвестного периодически изменяющегося параметра в каждой строке модели вход-состояние-выход. Также допускается, что в канале измерения присутствует известное постоянное запаздывание. Предложен адаптивный наблюдатель, восстанавливающий неизвестный вектор переменных состояния, построенный на оценке неизвестных параметров.

1. Введение

Одной из актуальных проблем в сфере управления является разработка наблюдателей и синтез законов управления для динамических систем, функционирующих в условиях запаздывания. Последнее вызвано тем, что любые реальные технические устройства предоставляют измерения с некоторой задержкой. В отличие от линейных стационарных систем, для которых проблема запаздывания хорошо изучена [1], разработка алгоритмов для нестационарных систем все еще остается актуальной областью исследованиий [2–4]. Данная работа посвящена разработке адаптивного наблюдателя переменных состояния линейной нестационарной системы с неизвестными периодически изменяющимися параметрами, функционирующей в условиях запаздывания. В работе представлено развитие результатов, полученных в предыдущих работах авторов [3, 5].

2. Постановка проблемы

В работе рассматривается линейная нестационарная система следующего вида:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), y(t) = Cx(\phi(t)), \tag{1}$$

где x – неизвестный вектор переменных состояния размерности n; y – измеряемый выходной вектор размерности n; u – известный одномерный входной сигнал; $B(t)$ и C известные матрицы соответствующих размерностей; $\phi(t)$ – непрерывная известная неотрицательная функция, которая определяет запаздывание измерений:

$$\phi(t) = t - d, \phi(t) \geqslant 0,$$

где $d > 0$ — известное постоянное число; A – частично неизвестная нестационарная матрица состояния размерности $n \times n$, такая, что уравнения состояния системы (1) имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = a_{11}(t)x_1(t) + a_{12}(t)x_2(t) + \ldots + a_{1n}(t)x_n(t) + b_1(t)u(t), \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = a_{n1}(t)x_1(t) + a_{n2}(t)x_2(t) + \ldots + a_{nn}(t)x_n(t) + b_n(t)u(t), \end{cases}$$

где в каждой строке один параметр a_{ij} $(i = \overline{1,n}, 1 \leqslant j \leqslant i)$ неизвестен. Каждый из неизвестных параметров матрицы $A(t)$ представляет собой синусоидальный сигнал $a_{ij}(t) = \mathcal{A}_{ij}\sin(\omega_{ij} + \varphi_{ij})$ (где ω_{ij} и φ_{ij} – неизвестные постоянные параметры) и определяется уравнением [6, 7]

$$\ddot{a}_{ij}(t) = -\omega_{ij}a_{ij}(t). \tag{2}$$

В отношении системы (1) приняты следующие допущения:

- Матрица C равна единичной матрице $I_{n\times n}$;
- Компоненты вектора состояния $x(t)$ отвечают условию $x_i^2(t) > 0$ для $i = \overline{1,n}$.

Целью работы является разработка адаптивного наблюдателя вектора $x(t)$ для системы (1).

3. Разработка наблюдателя

3.1. Оценка неизвестных параметров

Рассмотрим систему (1) в момент времени $t-d$. Тогда уравнение (1) примет вид:

$$\dot{x}_d = A_d x_d + B_d u_d, \tag{3}$$

где $x_d = x(\phi(t)) = y, A_d = A(\phi(t)), B_d = B(\phi(t)), u_d = u(\phi(t))$.

Рассмотрим уравнение первой компоненты вектора x_d:

$$\dot{x}_{d_1} = a_{d_{11}} x_{d_1} + a_{d_{12}} x_{d_2} + a_{d_{13}} x_{d_3} + \ldots + a_{d_{1n}} x_{d_n} + b_{d_1} u_d, \tag{4}$$

где $a_{d_{1i}}$ – элементы первой строки матрицы A_d ($i = \overline{1,n}$), а b_{d_1} – первый элемент вектора B_d.

В уравнении (4) неизвестным является параметр $a_{d_{11}}$. Определим $z_1 = x_{d_1}^2/2$. Тогда производная z_1 имеет вид:

$$\dot{z}_1 = x_{d_1} \dot{x}_{d_1} = a_{d_{11}} z_1 + \alpha_1 x_{d_1}, \tag{5}$$

где $\alpha_1 = a_{d_{12}} x_{d_2} + a_{d_{13}} x_{d_3} + \ldots + a_{d_{1n}} x_{d_n} + b_{d_1} u_d$ – известная величина. Из уравнения (5) можно выразить $a_{d_{11}}$. После подстановки полученного выражения в уравнение (2) и применения фильтра $\frac{\lambda^3}{(p+\lambda)^3}$(где $\lambda > 0$) может быть получена регрессионная модель вида:

$$Y_1 = \Phi_1 k_1,$$

где:

$$Y_1 = \frac{\lambda^3 p^3}{(p+\lambda)^3}[\ln z_1] - \frac{\lambda^3 p^2}{(p+\lambda)^3}[\frac{\alpha_1 x_{d_1}}{z_1}];$$
$$\Phi_1 = \frac{\lambda^3 p}{(p+\lambda)^3}[\ln z_1] - \frac{\lambda^3}{(p+\lambda)^3}[\frac{\alpha_1 x_{d_1}}{z_1}]; k_1 = -\omega_{11}^2.$$

Неизвестный постоянный параметр k_1 может быть найден, например, с помощью градиентного алгоритма [9,10]. Используя полученное значение, можно найти оценку неизвестного постоянного параметра $\hat{\omega}_{11}$. Для оценки неизвестного переменного параметра $a_{d_{11}}$ рассмотрим решение дифференциального уравнения (2):

$$a_{d_{11}} = m_{11} \sin(\omega_{11} \phi(t)) + m_{12} \cos(\omega_{11} \phi(t)), \tag{6}$$

где m_{11} и m_{12} – неизвестные постоянные коэффициенты.

После подстановки выражения (6) в уравнение (5) и применения фильтра $\frac{\lambda}{p+\lambda}$ получена линейная регрессионная модель вида:

$$q_1 = \chi_1 m_1,$$

где $q_1 = \frac{\lambda p}{p+\lambda}[z_1] - \frac{\lambda}{p+\lambda}[\alpha_1 x_{d_1}], \chi_1 = \begin{bmatrix} \sin(\omega t) z_1 & \cos(\omega t) z_1 \end{bmatrix}, m_{11} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \end{bmatrix}^T$.

Оценка неизвестного вектора $\hat{m}_1$ может быть найдена с помощью метода динамического расширения и смешивания регрессора [11–13]. Подставляя полученные оценки параметров $\hat{m}_{11}, \hat{m}_{12}$ и $\hat{\omega}_{11}$ в уравнение (2), можно найти оценку исходного неизвестного переменного параметра $\hat{a}_{11}$.

После оценки неизвестного параметра из первого уравнения состояния системы (1) можно найти все остальные неизвестные параметры один за одним по порядку. В общем случае для l-го неизвестного параметра ($l = \overline{2,n}$) алгоритм оценки будет выглядеть следующим образом. Рассмотрим l-е уравнение системы (3):

$$\dot{x}_{d_l} = a_{d_{l1}} x_{d_1} + a_{d_{l2}} x_{d_2} + \ldots + a_{d_{ln}} x_{d_n} + b_{d_l} u_d, \tag{7}$$

где $a_{d_{li}}(i = \overline{1,n})$ – коэффициенты строки l матрицы A_d.

Данное уравнение содержит один неизвестный параметр a_{dls}, где s – целое число такое, что $1 \leqslant s \leqslant l$.

В случае, если $s = l$ (т. е. неизвестный параметр лежит на главной диагонали матрицы состояния), оценку неизвестного параметра $\hat{a}_{ls}$ можно найти с помощью алгоритма, аналогичного алогритму оценки первого неизвестного параметра.

В случае, если $s < l$, необходимо выразить из уравнения (7) неизвестный параметр $a_{d_{ls}}$. После подстановки полученного выражения в уравнение (2) и применения фильтра вида $\frac{\lambda^3}{(p+\lambda)^3}$ получено следующее выражение:

$$\frac{\lambda^3 p^2}{(p+\lambda)^3}[\frac{\dot{x}_{d_l}}{x_{d_s}}] - \frac{\lambda^3 p^2}{(p+\lambda)^3}[\beta_l] = -\omega_{ls}^2(\frac{\lambda^3}{(p+\lambda)^3}[\frac{\dot{x}_{d_l}}{x_{d_s}}] - \frac{\lambda^3}{(p+\lambda)^3}[\beta_l]), \tag{8}$$

где $\beta_l = a_{d_{l1}}x_{d_1} + a_{d_{l2}}x_{d_2} + \ldots + a_{d_{l(s-1)}}x_{d_{s-1}} + a_{d_{l(s+1)}}x_{d_{s+1}} + \ldots + a_{d_{ln}}x_{d_n} + b_{d_l}u_d$. В соответствии с леммой о перестановках (Swapping Lemma) [14]:

$$\frac{\lambda}{p+\lambda}[\frac{\dot{x}_{d_l}}{x_{d_s}}] = \frac{1}{x_{d_s}}\frac{\lambda p}{p+\lambda}x_{d_l} + \frac{\lambda}{p+\lambda}[\frac{\dot{x}_{d_s}}{x_{d_s}^2}\frac{p}{p+\lambda}[x_{d_l}]], \tag{9}$$

где $\dot{x}_{d_s}$ считается известным, так как может быть рассчитан на предыдущих шагах ($s < l$). После преобразования неизвестных переменных в (8) с помощью леммы (9) получена линейная регрессионная модель:

$$Y_l = \Phi_l k_l,$$

где:

$$\begin{aligned}
Y_l &= \frac{\lambda^2 p^2}{(p+\lambda)^2}[\frac{1}{x_{d_s}}\frac{\lambda p}{p+\lambda}x_{d_l} + \frac{\lambda}{p+\lambda}[\frac{\dot{x}_{d_s}}{x_{d_s}^2}\frac{p}{p+\lambda}[x_{d_l}]]] - \frac{\lambda^3 p^2}{(p+\lambda)^3}[\beta_l];\\
\Phi_l &= \frac{\lambda^2}{(p+\lambda)^2}[\frac{1}{x_{d_s}}\frac{\lambda p}{p+\lambda}x_{d_l} + \frac{\lambda}{p+\lambda}[\frac{\dot{x}_{d_s}}{x_{d_s}^2}\frac{p}{p+\lambda}[x_{d_l}]]] - \frac{\lambda^3}{(p+\lambda)^3}[\beta_l];\\
k_l &= -\omega_{ls}^2.
\end{aligned}$$

Оценку неизвестного параметра $\hat{k}_l$ можно найти с помощью градиентного алгоритма. Затем, используя полученное значение, можно рассчитать оценку параметра $\hat{\omega}_{ls}$. Оценку неизвестного переменного параметра $\hat{a}_{ls}$ можно найти с помощью алгоритма, аналогичного алгоритму оценки первого неизвестного параметра.

3.2. Наблюдатель вектора состояния

Оценка вектора состояния системы (1) может быть найдена с помощью наблюдателя, основанного на оценке параметра, для систем с запаздыванием в измерениях, описанного в [3, 8]. При этом будут использованы оценки неизвестных переменных, полученные ранее.

4. Заключение

Разработан наблюдатель переменных состояния линейной нестационарной системы вида (1). Алгоритм синтеза наблюдателя состоит из следующих этапов: оценка неизвестных параметров, восстановление вектора состояния на основе полученных оценок. Ранее авторами были разработаны алгоритмы наблюдения состояния систем с одним неизвестным переменным параметром. Основным вкладом текущей работы относительно предыдущих работ авторов является расширение класса рассматриваемых систем на случай, когда матрица состояния содержит неизвестные переменные параметры на главной диагонали и под ней.

Список литературы

1. Fridman E. Introduction to time-delay systems: analysis and control. Springer, 2014
2. Sanx R., Garcia P., Kristic M. Observation and stabilization of LTV systems with time-varying measurements delay // Automatica. 2019. Vol. 103. P. 573–579.
3. Bobtsov A., Nikolaev N., Ortega R., Efimov D. State observation of LTV systems with delayed measurements: A parameter estimation-based approach with fixed convergence time // Automatica. 2021. Vol. 131.
4. Rueda-Escobedo J. G., Ushirobira R., Efimov D., Moreno J. A. Gramian-based uniform convergent observer for stable LTV systems with delayed measurements // International Journal of Control. 2020. Vol. 93. P. 226–237.
5. Bobtsov A., Nikolaev N., Slita O., Kozachek O., Oskina O. Adaptive observer for a LTV system with partially unknown state matrix and delayed measurements // 14th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops. 2022. P. 165–170.
6. Pyrkin A., Bobtsov A., Vedyakov A., Kolyubin S. Estimation of polyharmonic signal parameters // Automation and remote control. 2015. Vol. 76, No. 8. P. 1400-1416.
7. Бобцов А.А., Кремлев А.С., Пыркин А.А. Компенсация гармонического возмущения для параметрически и функционально неопределенного нелинейного объекта // Автоматика и телемеханика. 2011. № 1. С. 121-129
8. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J. Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical-biological reactors // Automatica. 2021. Vol. 129.
9. Ljung L. System identification: theory for the users. New Jersey: Prentice Hall, 1999.
10. Sastry S., Bodson M., Bartram J.F. Adaptive control: stability, convergence, and robustness, 1990.
11. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2017. Vol. AC-62, No. 7. P. 3546-3550.
12. Ortega R., Aranovskiy S., Pyrkin A., Astolfi A., Bobtsov A. New results on parameter estimation via dynamic regressor extension and mixing: continuous and discrete-time cases // IEEE Transactions on Automatic Control. 2021. Vol. AC-66, No. 5. P. 2265-2272.
13. Bobtsov A., Bazylev D., Pyrkin A., Aranovskiy S., Ortega R. A robust nonlinear position observer for synchronous motors with relaxed excitation conditions // International journal of control. 2017. Vol. 90, No. 4. P. 813-824.
14. U. Jönsson, A. Rantzer Systems with uncertain parameters – Time-variations with bounded derivatives // 33rd Conference on decision and control. 1994. P. 3074–3079.