УДК 517.968

МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ РЯДОВ ВОЛЬТЕРРА ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ

С.В. Солодуша
Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН
Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН
Россия, 664033, Иркутск, Лермонтова, 130
E-mail: solodusha@isem.irk.ru

М.В. Булатов
Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН
Россия, 664033, Иркутск, ул. Лермонтова, 134
E-mail: mvbul@icc.ru

Ключевые слова: нелинейная динамическая система, интегро-степенной ряд Вольтерра, идентификация входных сигналов.

Аннотация: Представленные в работе модели нелинейных динамических систем типа «вход-выход» описывают целый ряд тепло- и электроэнергетических систем и включают в себя различные классы интегральных уравнений (ИУ) типа Вольтерра. Выделенные классы ИУ возникают в задаче идентификации входных сигналов, которые обеспечивают требуемый отклик на выходе. При исследовании обратной задачи динамики управляемых систем с векторным входом рассмотрены вопросы существования и единственности решения ИУ, а также численные методы для такого типа задач с учетом их специфики.

1. Введение

Перспективным направлением создания современных интегрированных энергетических систем является технология, объединяющая системы различной инфраструктуры, в том числе устройства тепло- и электроснабжения. Организация процессов моделирования и управления подобными энергетическими системами требует привлечения нового математического инструментария, позволяющего учесть технологические критерии, такие как согласованное функционирование отдельных подсистем, повышение эффективности и надежности, быстродействие и т.д. Как показано в [1], общий подход к реализации интегрированного метода выработки энергии возможен на основе концепции энергетического хаба, представленного с помощью моделей типа «вход-выход».

В исследовании [2] при описании нелинейной динамики локальных устройств тепло- и электроэнергетики на нижнем уровне иерархического представления выделенных элементов энергетических установок в качестве единой математической базы успешно применялись модели, основанные на представлении отклика динамического объекта с помощью конечного отрезка (полинома) интегро-степенного ряда Вольтерра [3]:

(1) $$y(t) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{1 \le i_1 \le \ldots \le i_n \le p} V_{i_1,\ldots,i_n}(x(t)),\ t \in [0, T],$$

где

(2) $$V_{i_1,\ldots,i_n}(x(t)) = \int_0^t \ldots \int_0^t K_{i_1,\ldots,i_n}(t, s_1, \ldots, s_n) \prod_{m=1}^{n} x_{i_m}(s_m) ds_m.$$

Здесь $t\in[0,T]$ – время, сигналы $x(t)$ и $y(t)$ – вектор-функции размерности p, причем $y(0)=0$, а функции $K_{i_1,\dots,i_n}$ (ядра Вольтерра) симметричны относительно аргументов $s_1,\dots,s_n$, соответствующих совпадающим индексам $i_1,\dots,i_n$. Сфера применения интегральных моделей вида (1), (2) рассмотрена в обзоре [4].

Формализация проблемы идентификации ядер Вольтерра в (2) (либо интегралов от ядер), возникающая при построении полиномов Вольтерра, может быть выполнена с помощью теории обратных задач. Как показано в [5, 6], построение модели (1) может быть реализовано путем редукции (2) с помощью тестовых входных сигналов в виде функций Хевисайда с отклоняющимся аргументом к нестандартным интегральным уравнениям Вольтерра I рода (и их сеточным аналогам), имеющим явные формулы обращения. Предполагая, что модель вида (1), (2) построена, перейдем к идентификации входных сигналов $x(t)$ нелинейной динамической системы, обеспечивающих заданный отклик $y(t)$. Данная постановка связана с задачей автоматического управления техническими объектами [7, с. 242]. Цель работы состоит в исследовании нелинейных интегральных уравнений относительно искомой функции $x(t)$ и разработке алгоритмов численного решения.

2. Постановка задачи

Полагая в (1) $N=2$, перейдем к системе ИУ первого рода

(3) $$y(t)=\int_0^t K(t,s)x(s)ds+\Upsilon[x],\, t\in[0,T],$$

при условии

(4) $$\det K(t,t)\neq 0,\, t\in[0,T],$$

где $x(t)$, $y(t)$ – искомая и заданная вектор-функции; $K(t,s)$ – матрица размерности $(p\times p)$, которая считается известной; оператор $\Upsilon[x]$ определен по правилу

(5) $$\Upsilon[x]=\int_0^t\int_0^t\Big[\sum_{k_1=1}^{p}\mathrm{M}^1_{k_1}(t,s_1,s_2)x_1(s_1)x_{k_1}(s_2)+\sum_{k_2=2}^{p}\mathrm{M}^2_{k_2}(t,s_1,s_2)x_2(s_1)x_{k_2}(s_2)+ +\sum_{k_3=3}^{p}\mathrm{M}^3_{k_3}(t,s_1,s_2)x_3(s_1)x_{k_3}(s_2)+\dots+\mathrm{M}^p_{k_p}(t,s_1,s_2)x_p(s_1)x_{k_p}(s_2)\Big]ds_1ds_2,$$

$$k_m=\overline{1,m}.$$

В (5) $\mathrm{M}^m_{k_m}(t,s_1,s_2)$ – известные вектор-функции размерности p, которые являются достаточно гладкими. Специфика систем полиномиальных ИУ Вольтерра вида (3)-(5) состоит в локальности T^* – области существования (единственного) непрерывного решения [8]. Значение решения (3) в нуле определяется решением соответствующей линейной системы при $t=0$, что позволяет указать начальное приближение для построения итерационного процесса на базе метода Ньютона-Канторовича [9]. В данной работе рассмотрен случай, когда условие вида (4) нарушается.

3. Об основных результатах

Задача (3), (5) в случае, когда условие (4) нарушено, имеет принципиальные отличия от систем вида (3)-(5). Как отмечено в [10], такая постановка, вследствие условия

$$K^{(j)}_{t^j}(t,s)\Big|_{s=t}\neq 0\,,$$

где $j\in\mathbb{Z}$ – неотрицательное число, наследует неустойчивость к возмущениям левой части $y(t)$ в метрике $C^j_{[0,T]}$ и отсутствие решения в классе непрерывных функций при условии $y^{(k)}(t)\big|_{t=0}\neq 0,\, k=\overline{0,j}$.

Работа развивает исследование, начатое в [10]. Рассмотрены системы ИУ с гладкими элементами матрицы-ядра. В терминах матричных пучков сформулированы достаточные условия существования и единственности непрерывного решения для данных задач. Показано, что, несмотря на условие $y(0) = 0$, выделенные системы ИУ имеют решение в классе обобщенных функций.

Исследование выполнено в Институте динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН за счет гранта Российского научного фонда (проект № 22-11-00173), https://rscf.ru/project/22-11-00173/.

Список литературы

1. Сердюкова Е.В. Имитационное моделирование интегрированных энергетических систем с использованием концепции энергетического хаба и потоковых методов: дисс. …канд. наук. Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН. Иркутск, 2022. 154 с.
2. Солодуша С.В. Методы построения интегральных моделей динамических систем: алгоритмы и приложения в энергетике: дисс. …д-ра техн. наук. Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН. Иркутск, 2019. 353 с.
3. Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1982. 302 с.
4. Cheng C.M., Peng Z.K., Zhang W.M., Meng G. Volterra-series-based nonlinear system modeling and its engineering applications: A state-of-the-art review // Mechanical Systems and Signal Processing. 2017. Vol. 87. P. 340-364.
5. Апарцин А.С. Неклассические уравнения Вольтерра I рода: теория и численные методы. Новосибирск: Наука, 1999. 193 с.
6. Спиряев В.А. Интегральные модели динамических систем и их приложения в теплоэнергетике: дисс. …канд. наук. Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН. Иркутск, 2023. 182 с.
7. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Теория нестационарных, нелинейных и самонастраивающихся систем автоматического регулирования. Ч. I. / Под ред. В.В. Солодовникова. М.: Машиностроение, 1969. 368 с.
8. Апарцин А.С. Об эквивалентных нормах в теории полиномиальных интегральных уравнений Вольтерра I рода // Известия Иркутского государственного университета. Сер. Математика. 2010. Т. 3, № 1. С. 19-29.
9. Solodusha S.V. To the numerical solution of one class of systems of the Volterra polynomial equations of the first kind // Numerical Analysis and Applications. 2018. Vol. 11, No. 1. P. 89-97.
10. Solodusha S.V., Bulatov M.V. Integral equations related to Volterra series and inverse problems: elements of theory and applications in heat power engineering // Mathematics. 2021. Vol. 9, No. 16. P. 1905.